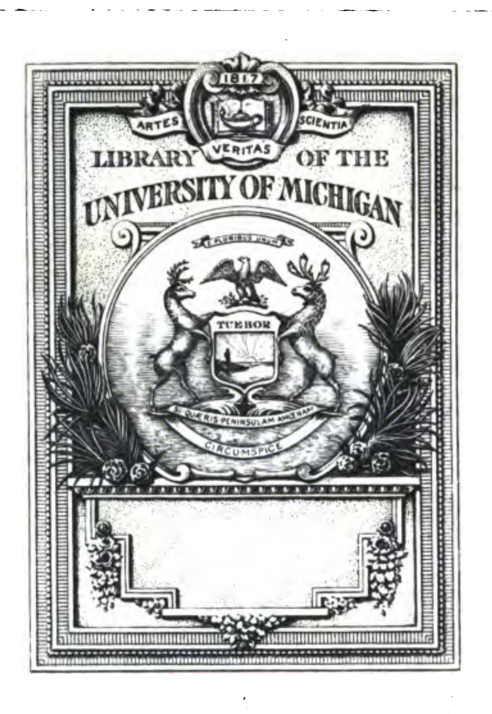

1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

Pagnini, Girolamo

CONSTRUCCION,

Y USO

DEL COMPÀS

DE PROPORCION,

Escrito en Idioma Italiano, y traducido de èl al Castellano

POR

DON PEDRO DE CASTRO y Ascarraga, Cavallero del Orden de Calatrava, Coronél de los Exercitos del Rey nuestro Señor, y Gentil-hombre de Camara con entrada de S.M. Siciliana.

Quien lo dedica

AL EXMO SR. DON SEBASTIAN de Eslaba, &c.

CON LICENCIA:

EN MADRID: En la Imprenta de Don Gabriel Ramirez, Impressor de la Real Academia de San Fernando. Año de 1758.

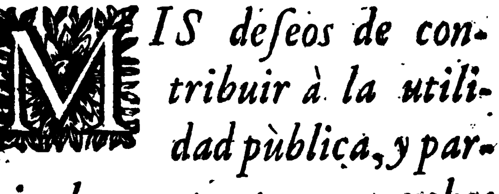
AL EX.MO S.R

D. SEBASTIAN DE ESLABA,

Señor del Lugar de Eguillòr, Cavallero del Orden de Santiago, Gentil-hombre de Camara de S. M. Catholica con entrada, Capitan General de ſus Reales Exercitos, y de las Coſtas, y Exercito de Andalucia, Director General de la Infanteria, y Secretario de Eſtado, y del Deſpacho Univerſal de la Guerra.

EX.MO SEÑOR.

SEÑOR.



MIS deſeos de contribuir à la utilidad pùblica, y particularmente para muchos

de los que ſeguimos la hon-roſa carrera de las Armas, me determinaron, huyendo de la ocioſidad, à la traduccion de eſte Librito, ſobre el uſo del Compàs de Proporcion, teniendo bien preſente, que ſi hay algunos que en nada lo neceſsitaràn, por hallarſe con mayores principios, y mayor pràctica de la que eſte inſtrumento puede facilitar, sè tambien que hay baſtantes à quienes ſervirà de no pequeño fruto, y en un

eſta-

*eſtado à todos debe ſubmi-
niſtrarſe la doctrina, à pro-
porcion de lo que ſean capa-
ces. La eleccion de Protec-
tor, para que parezca à luz
eſte trabajo mio, no podia
equivocarſe, teniendo yò tan
preſente quanto debiò à la
amiſtad de V. E. mi difunto
Padre el Duque de la Con-
quiſta, y lo que yò le he me-
recido, por conſideracion ſu-
ya, y benigna atendencia de
V. E. àzia mis cortos mèritos,
contrahidos en Indias, Eſ-*

 paña,

paña, è Italia; cuyas circunſ-
tancias de agradecimiento
no es dable hallarlas en otro
que V. E. ni tampoco tan en
ſu grado las del reſpeto, pues
el alto caracter de V. E. ſus
heroycas hazañas, particu-
larmente en la conſervacion
de las Indias, y demàs ſeña-
lados ſervicios à la Monar-
quìa, que continùan con tan-
to aplauſo à los Pies del
Rey, le elevan para ſer ve-
nerado, no ſolo en Eſpaña,
ſino en Europa, y en todo el
Mun-

Mundo; à que agregandose la humanidad suma con que V. E. atiende à todos, y ocupa su tiempo en promover las Ciencias, y Artes, igualmente que los negocios de la Guerra, y otros de mayor importancia, me han alentado à poner en manos de V. E. este corto dòn, por fruto de mis tarèas, esperando tributarle otros. Recibalo, pues, V. E. propicio, como lo acostumbra, y permita, que saliendo baxo la proteccion de

ſu poderoſo nombre, tenga yò la dicha de publicarme al miſmo tiempo ſu mas rendido Subdito. Madrid 12. *de Julio de* 1758.

Ex.mo S.r

B.L.M. de V.E.
ſu mas reconocido ſervidor

Pedro de Caſtro y Aſcarraga.

EX.

EX.^{MO} S.^{R}

MAndandome V. E. informe ſobre el Libro eſcrito por el Coronèl Don Pedro de Caſtro y Aſcarraga, que trata del Uſo del Compás de Proporcion, lo executa mi obediencia diciendo: Que eſte Inſtrumento dà ſolucion á las principales prácticas en el papel de la Geometria, cuyos fundamentos ſe contienen en los theoremas de eſta: es un manual de los Problemas derivados de ellas, y por cuyo medio, ſin el particular

tra-

trabajo de la conſtruccion, que cada uno neceſsita, ſe ſatisface á las queſtiones propueſtas: de eſto ſe puede inferir ſu utilidad, eſpecialmente para aquellas perſonas, que ſe contentan con las prácticas, ò porque ignoran la Theorica, ó porque ſabiendola buſcan la prontitud en las reſoluciones. Aſsi por eſtas razones, como porque en nueſtro Idioma ſe deben facilitar por todos los medios poſsibles, eſcritos de Mathematica, y Phiſica, de que tanto carecemos, al reſpec[illegible] que tenemos de otr[illegible] con abundanc[illegible]dad, me parece

ſe-

ſerá util ſu impreſsion , y aſsi el Autor , como qualquiera otro, que á ello ſe dedicàre , digno de proteccion. Nueſtro Señor guarde la importante vida de V. E. los muchos años que deſeo. Madrid 11. de Abril de 1758.

EXMO SR

D. Pedro Padilla.

Exc. Sr. D. Sebaſtian de Eslaba.

LI-

LICENCIA DEL CONSEJO.

DON Joseph Antonio de Yarza, Secretario del Rey nuestro Señor, su Escrivano de Camara mas antiguo, y de Govierno del Consejo; Certifico, que por los Señores de él se ha concedido Licencia à Don Pedro de Castro y Ascarraga, Cavallero del Orden de Calatrava, Coronel de los Exercitos del Rey nuestro Señor, y Gentil-hombre de Camara con entrada de S. M. Siciliana, para que por una vez pueda imprimir, y vender un Libro, que ha escrito, intitulado: *Construccion, y uso del Compás de Proporcion*, con que la impression se haga en papel fino, y por el original, que và rubricado, y firmado al fin de mi firma, y que antes que se venda se trayga al Consejo dicho Libro impresso, junto con su original, y Certificacion del Corrector de estàr conformes, para que

ſe taſſe el precio à que ſe ha de ven-
der, guardando en la impreſsion lo
diſpueſto, y prevenido por las Leyes,
y Pragmaticas de eſtos Reynos. Y
para que conſte lo firmé en Madrid
à diez de Mayo de mil ſetecientos cin-
quenta y ocho.

Don Joſeph Antonio de Yarza.

FEE

FEE DEL CORRECTOR.

CErtifico, que haviendo visto un Libro intitulado: *Construccion, y uso del Compás de Proporcion*, escrito por Don Pedro de Castro y Ascarraga, Cavallero del Orden de Calatrava, &c. està conforme con su original: y para que conste doy la presente en esta Villa, y Corte de Madrid à quince dias del mes de Junio de mil setecientos cinquenta y ocho.

Doct. D. Manuel Gonzalez Ollero.
Corrector General por S.M.

TASSA

TASSA:

DON Joseph Antonio de Yarza, Secretario del Rey nuestro Señor, su Escrivano de Camara mas antiguo, y de Govierno del Consejo: Certifico, que haviendose visto por los Señores de él el Libro intitulado: *Construccion, y uso del Compás de Proporcion*, su Autor el Coronél Don Pedro de Castro y Ascarraga, Cavallero del Orden de Calatrava, &c. que con licencia de dichos Señores, concedida à este, ha sido impresso, tassaron à siete maravedis cada pliego, y dicho Libro parece tiene veinte y quatro y medio sin principios, ni tablas (incluso en ellos quince laminas, que se regulan à pliego por cada una) que á este respecto importa ciento y setenta y dos maravedis; y al dicho precio, y no mas mandaron se venda, y que esta Certificacion se

pon-

ponga al principio de cada Libro, para que se sepa el à que se ha de vender: Y para que conste lo firmé en Madrid à veinte y dos de Junio de mil setecientos cinquenta y ocho.

Don Joseph Antonio de Yarza.

INDICE

DE LAS MATERIAS QUE contiene el preſente Libro.

CA-

CAPITULO II.

Uso de la linea de los Planos.

PROBLEMA I.

PROBLEMA II.

CA-

CAPITULO III.

¶¶3 PRO-

PROBLEMA IV.

PROBLEMA V.

CAPITULO IV.

Uso

Uso de las lineas de las Cuerdas.

PROBLEMA I.

PROBLEMA II.

PROBLEMA III.

Prue-

PRO-

CA-

me-

PROBLEMA IV.

PROBLEMA V.

AL

AL CORTES LECTOR.

NO me ha parecido fuera del caso en esta Obra dàr la explicacion del Compàs de Proporcion, con un breve, y muy facil methodo de usarlo, siendo este Instrumento de grande utilidad para practicàr las mas reglas de la Geometrìa. Por lo que no creo serè censurado en haver tratado arriba sobre esta materia; bien que algunos Authores Estrange-

ros,

ros, que lo han explicado primero en ſu Idioma, lo han hecho con menos capitulos, y demoſtraciones de pràctica.

Bien es verdad, que el principal motivo que me ha movido, ha ſido el vér con la experiencia, que de quantos ſe deleytan en eſte Inſtrumento, ſon muy pocos aquellos que ſaben ſu uſo, contentandoſe unicamente con lo que otros dicen; con que hay muchos que ſon de mucho guſto, y ſirven de no

po-

poco alivio, por lo que lo tienen muy bien guardado, y con poco uſo: y para que no nos ſuceda lo miſmo en orden al expreſſado Inſtrumento, procuraré aquì con el mayor esfuerzo decir lo poſsible, y obſervarè con todo eſte methodo: En primer lugar demoſtrarè el modo de deſcrivir, ò rayar, y de dividir cada una de las lineas que ſuelen fixarſe con el Inſtrumento; y deſpues inmediatamente declararè ſu uſo, el que dividirè en ſeis

Capitulos, ſegun el numero de las lineas, que ſuelen hallarſe expreſſadas en los Compaſes de Proporcion corrientes; y en cada Capitulo explicaré en primer lugar la conſtruccion de las lineas, y las pruebas de ſus diviſiones, y deſpues ſu uſo con algunos Problemas.



CONSTRUCCION DEL COMPÀS DE proporcion.



L Compàs de proporcion es un instrumento por cuyo medio se pueden hallar las proporciones entre dos quantidades de una misma especie, como entre dos lineas, dos superficies, dos sólidos, &c. por lo que se deberàn hacer dos reglas iguales G P. bien derechas, de cobre, plata, ò bien de madera fuerte, de la longitud que se quiera, las que en sus extremidades deberàn juntarse con el per- Tabla 1. Figur. 1.2.

perno A. de modo que abiertas formen una buena regla, y cerradas se abracen con perfeccion, lo que qualquiera mediano Artifice puede entender, y executar con facilidad. La longitud, y latitud de dichas dos reglas G P. no està determinada, pero regularmente cada regla se hace con la latitud GP. de seis pulgadas de Parìs, y la longitud BD. de seis, ò siete lineas, cuyo cuerpo debe ser de dos lineas.

En el compàs de proporcion se encuentran seis lineas diferentes señaladas, tres de las quales quedan en una parte, y son la linea I K. de las partes iguales, la linea LN. de los planos, y la linea MO. de los poligonos, y en la otra parte la linea A B. de las cuerdas,

la linea EC. de los solidos, y la linea FD. de los metales: Algunos ponen en las expressadas dos reglas GP. en una parte, como en GH. los diametros de las bocas de los Cañones de distintos calibres, y en la otra QR. el peso de las valas de hierro, que empiezan de un quarto de libra hasta sesenta y quatro libras.

CAPITULO I.

DE LA LINEA DE LAS partes iguales, llamada de otra suerte Arismetica.

Descripcion de esta Linea.

DEsde el punto E. del instrumento (Fig.ª 3.ª) en donde se juntan las dos reglas E H. E I.

ſe tiran dos lineas rectas iguales EH. EI. del modo que ſe vén en eſta Fig.ª 3.ª y alli cada una de dichas lineas ſe dividirà con diligencia en 200. partes iguales; en cuya diviſion ſe ponen à un lado ſus numeros por orden, empezando la numeracion del punto E. y eſtarà deſcripta la linea de las partes iguales, à la que ſuelen los Artifices juntar otra paralela, mas por hermoſura que por uſo, para que las cifras ariſmeticas ſe impriman con correſpondencia entre las dos lineas: Finalmente, para diſtinguirla de las otras lineas eſcribaſe al lado, linea de las partes iguales, ò bien linea Ariſmetica.

PRUEBA DE LA LINEA *de las partes iguales.*

LA division de esta linea es facil de comprehender, y para examinarla, se toma un compàs comun K. que tenga sus puntas bien agudas; y teniendo una punta en E. como centro, con la otra se toman en una, y otra linea de las partes iguales; los dos intervalos EI. EH. de la longitud de la misma linea; y si estos se encuentran iguales, como tambien todas las demás divisiones, es señal que esta linea està bien dividida. Tabla 2. Figur. 3.

USO DE LA LINEA DE las partes iguales.

PROBLEMA I.

DIVIDIR UNA LINEA recta en muchas partes iguales.

SEa dada la linea MN. para dividirla en tres partes iguales; tomese en la linea de las partes iguales un numero que tenga el tercio; V.gr. 90. y 90. en uno, y otro brazo, cuya tercera parte es 30. EI.EH. del instrumento; dexese la recta MN. tomada con el compàs comun K. abriendo, ù cerrando el compàs de proporcion HEI. lo que se necessite, luego dèxese el instrumento assi abierto con el in-

tervalo de la linea MN. igual al de A B. y con el compàs comun K. tomese el intervalo C D. entre 30. y 30. Digo que esta CD. es la tercera parte de AB. ò bien MN.

Demostracion. Que es general para todos los siguientes Problemas, supuesto que AE.BE. Fig.ª 3.ª son iguales, como assimismo lo son CE. y DE. (proposicion 7.ª del libro 5.º de Euclides): AE. es à C E. como BE. à D E. y dividiendo (proposicion 17. del 5.º de Euclides): A C. à C E. como B D. à D E. por lo qual (proposicion 2.ª del libro 6.º de Euclides) las rectas AB. CD. son paralelas, y por la proposicion 4.ª del libro 6.º de Euclides, los triangulos ABE. CDE. son semejantes; por lo qual AE. es à AB. como CE. à CD. y alternan-

do (proposicion 16. del libro 5.º de Euclides) AE. á CE. lo es como AB. â CD. pero CE. por la hipotesi es el tercio de AE. Luego el tercio de AB es CD. como se havia propuesto.

SCOLIO.

NO es dificil (supuesta esta regla) encontrar no solamente qualquiera parte aliquota de una recta, sino es dos, ò mas de las mismas: Assi, pues, queriendo encontrar los dos tercios de la linea MN. se hallaràn en la recta FG. (Fig.ª 3.ª) entre 60. y 60. que son dos tercios de 90. con la misma facilidad se podrà hallar otra parte segun qualquiera razon dada, &c. como si se quisiesse encontrar una

par-

parte de la linea MN. que fuesse tres decimas septimas de la misma, si los numeros son pequeños, se añadirà al numerador 3. y al denominador 17. un cero, y resultarán los dos numeros 30. y 170.que (proposicion 15.del libro 5º. de Euclides) tienen entre sì la misma razon que 3. à 17. Pongase pues la linea MN. entre 170. y 170. y se encontrarà entre 30.y 30. la que se busca que es $\frac{3}{17}$ de la primera.

PRO-

PROBLEMA II.

VALERSE DEL COMpàs de proporcion como de escala universal.

LA escala se practica para tres efectos. El primero para formar las figuras: El segundo para medir las que estàn formadas; y el tercero para reducir las de grande en pequeño, ò al contrario. Ahora, pues, para estos tres usos es util el compàs de proporcion, y ante todas cosas para formar qualquiera figura, como la planta de una Fortaleza, de un Templo, de un Palacio, &c. tirada una linea à su advitrio en la hoja que represente la cortina LO. de una Fortaleza (Fig.ª 4.ª) que se supone de Toesas 76. es necessario tomar otra de

Toe-

Toesas 50. por el frente P Q. del baluarte. Tomese con el compàs ordinario la primera linea L O. apliquese (Fig.ª 3.ª) en el compàs de proporcion à los puntos 76. y 76. y se dexe assi abierto: luego con otro compàs tomese en el mismo la distancia entre el 50. y 50. y serà esta la segunda linea P Q. lo que assimismo podrà practicarse con la linea O P. y con todas las demàs.

Tabla 3. Figur. 4. 5.

En segundo lugar para medir las figuras yà executadas, sea dada la Planta de un Edificio, de la que se sabe, una sola medida, como el ancho RS. de 40. pies (Fig. 5.) y se piden todas las demàs. La linea conocida RS. de 40. pies se aplicarà en el compàs de proporcion, entre el 40. y 40. y reteniendo el instru-

men-

mento con esta abertura, se la aplicaràn todas las demàs donde pueden tener cavimento, y aquella, que entrarà puntualmente en el 56. y 56. como S T. se tendrà por linea de 56. pies, y la que se colocarà bien entre 27. y 27. llamese de 27. pies, y assi se procederà adelante en las demàs lineas de la Planta del Edificio.

Finalmente, para reducir una figura de grande en pequeño, ó al contrario, segun la proporcion que se desea, de 3. à 2. las lineas de la figura dada se pondràn una despues de otra entre el 90. y 90. y las distancias que se hallaràn en cada abertura entre el 60. y 60. seràn siempre dos tercios de las primeras que se pedian. V. g. queriendo transportar la figura precedente 5ª.

de

de grande en pequeña de 3. à 2. se tomarà con un compás ordinario la longitud R S. se lleva en el compàs de proporcion (Fig. 3.) entre el 90. y 90. y se dexa assi abierto entre el 60. y 60. se encontrarà la extension de la longitud; de la figura pequeña se toma assimismo la longitud S T. y se transfiere en el compàs de proporcion entre 90. y 90. y dexando el instrumento abierto en esta forma entre el 60. y 60. se hallarà la longitud de la yà expressada pequeña figura, y assi de mano en mano sucederà con todas las demàs lineas, y se conseguirà la proporcion que se busca.

PRO-

PROBLEMA III.

DADAS TRES LINEAS, encontrar la quarta proporcional.

Tabla 4. Figur. 6.

DAdas las tres lineas AB. BC. AD. ſiendo neceſſario hallar la quarta proporcional DE. ſe tomará con un compás ordinario F. (Fig.ª 6.ª) el intervalo de la linea AB. y ſe llevará en la una, y otra pierna del compás de proporcion deſde el centro haſta los puntos B. y C. y entre eſtos puntos, con el compás C. ſe aplicará la ſegunda linea BC. Tomeſe deſpues el intervalo de la tercera linea AD. con el compás ordinario H. y apliqueſe en las miſmas piernas del compás de proporcion, deſde el centro haſta los puntos D. y E. y entre eſtos

dos

dos puntos, con el compás ordinario I. se encontrará la quarta linea DE. Demostracion: AB. à BC. (proposicion 4ª. del libro 6º. de Euclides) corresponde como AD. à DE. Luego DE. es la quarta proporcional que se busca.

COROLARIO.

SI à dos lineas dadas se les busca la tercera proporcional, la operacion se executa en esta forma: Sea la primera linea AB. de 120. se transfiera esta linea en una, y otra pierna del compàs de proporcion, desde el centro hasta los puntos B. 120. y C. 120. Tomese despues el intervalo de la segunda linea BC. 80. y transportese en los puntos B. 120. y C. 120. y quedan-

do

do el compás de proporcion con esta abertura, se transportará la longitud de la segunda linea BC. 80. sobre las piernas del compás de proporcion, desde el centro hasta el numero 80. y este intervalo entre el 80. y 80. se transferirá al centro A. sobre una, y otra pierna del compás de proporcion, y se hallará, que la tercera linea caerá en el 54. Por lo que digo, que el valor de la tercera linea será el número 54. y correlativamente por este Problema, como 120. á 80. y assi 54. á 36.

SCOLIO.

LA quarta proporcional, dadas las tres primeras; puede encontrarse en numeros, que es prac-

ticar

ticar la regla de tres, mediante el compàs de proporcion, sin el uso de la Arismetica. El modo es el mismo que el yà expressàdo arriba, como si los numeros dados fuessen 120. 80. y 60. á los que se les busca el quarto proporcional. El primer numero 120. se toma en los lados AB. AC. el segundo 80. tomado con un compás ordinario, se llevará en la una, y otra pierna del compàs de proporcion, y se aplicará (Fig.ª 6.ª) del B. en C. el tercero 60. tomese de A. en D. y E. entre cuyos puntos se encontrará la distancia DE. y assi tomada esta con el compás ordinario, y aplicada á la recta AB. señalará aqui la cantidad del quarto numero 40.

Esta regla sale exactamente en los numeros no muy grandes, y

que no tienen quebrados; pero en los mayores de 200. ò que tendràn algun quebrado, saldrá necessariamente imperfecta, y peligrosa.

PROBLEMA IV.

DADAS DOS LINEAS, encontrar en los numeros su proporcion.

MUchas veces dadas dos lineas, es necessario saber su proporcion en los numeros; y para practicar esto, se tomará con un compás comun la mayor de las dos lineas, y se aplicará (Fig.ª 3.ª) á la linea de las partes iguales entre 200. y 200. y despues dexando abierto el instrumento se tomará con el compás comun tambien la menor, y se observará entre quales

dos puntos vendrá á caver con exactitud, como por exemplo entre 159. y 159. y será esta la proporcion de las dos lineas en numeros: esto es, como 200. á 159.

SCOLIO.

SI sucede no encontrarse dos puntos, entre los quales entre precisamente la segunda linea, y se advierta por exemplo, que esta cae en dos puntos entre 158. y 159. se determina la proporcion de la mayor proximidad á uno, ù otro de tales numeros, la razon de las dos lineas, como 200. á 158. ½ ò bien 158. &c. Estando assegurados, que el error es muy pequeño, porque es menor de la docentessima parte de la primera li-

linea: Tambien puede acontecer, que la razon de dos lineas, aunque no se pueda explicar con numeros enteros, de los que deba ser el mayor 200. sin embargo se pueda duplicar si sucediere no encontrar dos puntos entre los quales entre la segunda linea, supuesto que la primera se colocò entre 200. y 200; aconsejo el que se vaya aplicando la misma mayor linea à otros diversos numeros, como entre 199. y 199. 198. y 198. &c. inquiriendo siempre, si assi sale el encontrar dos puntos, entre los quales entre la linea menor. Pero esta execucion es bastante prolixa, y enfadosa, por lo qual es suficiente valerse de la primera regla.

PRO-

PROBLEMA V.

ABRIR EL COMPAS DE proporcion, de modo que las dos lineas de las partes iguales hagan un angulo recto.

PAra esto se buscaràn tres numeros, que puedan explicar la extension, ò lados de un triangulo, como por exemplo 60, 80, y 100. se toma con un compàs comun la distancia del centro E. del compàs de proporcion (Fig.ª 3.ª) sobre la linea de las partes iguales hasta el numero 100, y luego se abre el compàs de proporcion, de modo, que con el intervalo tomado con el compàs comun de 100. la una punta de este se ponga en el numero 60. y la otra en el 80. y de este modo las dos lineas de las

partes iguales haràn un angulo recto.

Demostracion: El quadrado de 100. que es 10000. es igual (por el 47. del libro primero de Euclides) al quadrado de 60. que es 3600. y al quadrado de 80. que es 6400. los quales sumados juntos hacen 10000. Luego las dos lineas de las partes iguales del compàs de proporcion forman con esta abertura un angulo recto.

PROBLEMA VI.

ENCONTRAR UNA linea recta igual à la circunferencia de un circulo dado.

EL diametro de un circulo es à la circunferencia quasi co-

como 100. à 314. ò bien como 50. à 157. ſe toma con un compàs ordinario el intervalo AB. del diametro del circulo propueſto AFBE. y ſe transfiere ſobre la linea de las partes iguales (Fig. 3.) entre 50. y 50. y dexando el inſtrumento abierto en eſta forma entre 157. y 157. ſe encontrarà el intervalo de la linea recta BD. que ſerà caſi igual à la circunferencia AFBE. en la ſupoſicion, que no ſe ha encontrado haſta ahora la proporcion verdadera.

Demoſtracion: La circunferencia del circulo AFBE. ſe comprehende dividida en partes muy menudas, de modo, que la curbidad de cada una de eſtas, ſea como imperceptible, y del centro C. ſe entiendan conducidas à todas las de- Tabla 4. Figur. &c.

demàs divisiones otras tantas rectas. Es claro, que de esta operacion resultaràn tantos triangulos con la altura C B. cuyas bases todas juntas serán iguales à la circunferencia del circulo; esto es, como à la recta B D. luego (proposicion primera del libro 6º. de Euclides) todos aquellos triangulos juntos son iguales al triangulo C B D. que tiene la misma altura BC. y la base igual à todas sus bases juntas.



CA-

CAPITULO II.

DE LA LINEA DE LOS planos, de otro modo llamada linea Geometrica.

LLamamos linea de Planos, ò ſi no Geometrica, y de quadrados, aquella que demueſtra la proporcion que tienen los lados homologos de los planos ſemejantes, como ſon dos quadrados, dos circulos, dos paralelos gramos,&c. deſcriptos ſobre dos lineas, teniendo la proporcion dada, à ſaber, que ſus ſuperficies contengan dos veces, tres, quatro,&c. aquella del menor plano, que empieza deſde la unidad, ſiguiendo el orden natural de los numeros haſta el 64. que es ordinariamente el limite

de

de las divisiones de esta linea A B. ò AC. (Fig.ª 7.ª). Esta linea es lo regular ponerse en la superficie del compàs de proporcion, donde se halla las de las partes iguales, como se vè en la Figur. 2.

CONSTRUCCION DE LA linea de los planos.

DEscribense en la superficie del instrumento (Fig.ª 7.ª) las dos lineas AB. AC. cada una de las quales se dividirà en ocho partes iguales, y la primera de estas AD. ò AE. se tomarà por unidad; luego serà AF. 2. AG. 3. AH. 4. AI. 5. AK. 6. AL. 7. y AB. 8. y al lado de estos puntos se señalaràn los numeros de sus quadrados, à saber, en D. el numerò 1. en F. el

el 4. en G. 9. en H. 16. en I. 25. en K. 36. en L. 49. y en B. 64.

Para encontrar las divisiones intermedias, se describirá en otro papel la recta AB. y luego en el punto A. se levantarà la perpendicular AN. igual à AD. ó A. 1. y se tirarà la recta ND. ó N. 1. la qual debe aplicarse à la propia linea AB. desde A. hasta 2. y la N. 2. desde A. hasta 3. y la N. 3. desde A. hasta 4. y assi de mano en mano quedarà la linea AB. dividida como se pide, y la misma operacion deberà hacerse en la linea AC.

Demostracion: El quadrado N. 1. ó A. 2. (proposicion 47. del libro 1.º de Euclides) es igual à los dos quadrados A. 1. AN. iguales entre sì por la construccion de ellos: luego el quadrado de A. 2.

es

es duplo del quadrado A. 1. esto es, que tiene con èl la razon de 2. à 1. igualmente el quadrado de A. 3. al quadrado de A. 1. está como 3. à 1. y asi los demàs por su orden: luego los numeros 1 2 3. expressan muy bien la proporcion que tienen entre sí los quadrados de las lineas A. 1. A. 2. A. 3. &c. y por lo consiguiente la que tienen entre ellas todas las demàs figuras semejantes, igualmente puestas sobre las mismas lineas: luego en esta linea assi dividida se vè la proporcion que tienen entre sì las figuras semejantes hechas sobre las partes A. 1. A. 2. A. 3. de la misma linea.

Tabla 5. Figura 7.

Dividida, pues, una, y otra linea AB. AC. del instrumento en el modo dicho arriba, y puestos à un lado los numeros 1. 5. 10. 20. 30.

40. 50. 60. hasta 64. se obtendrà la linea de los planos, ò geometrica, que se suele señalar con la palabra los planos, ò geometrica.

COROLARIO.

DE aqui se infiere, que las partes A. 1. A. 2. A. 3. tienen entre sì razon subduplicada de la que se encuentra entre los numeros 1. 2. 3. 4. &c. ò que las cantidades A. 1. A. 2. A. 3. A. 4. &c. son las raìces quadradas de los numeros 1. 2. 3. 4. &c. tomando la unidad por la cantidad 1.

SCOLIO.

LA linea AB. de los planos de la precedente figura 7.ª podrà

drà dividirse por medio de la Arismetica, y de la escala MR SP. en el modo siguiente: se tiran aparte once lineas paralelas, y iguales á la linea AB. de los planos (Figura 7.ª) con igual distancia, entre unas, y otras; de estas la primera MR. y la ultima PS. se dividirán en diez partes iguales, que cada una de ellas tenga el valor de 100. de donde se infiere, que toda la linea MS. serà 1000. y para las divisiones correspondientes de una á otra linea, se tiraràn tantas lineas como OQ.&c. que dividirán todas las intermedias en diez partes iguales, y luego la ultima de tales partes MOQP. (Fig. 8.ª) se dividirà en otras diez partes iguales, assi en la primera linea MO. como en la ultima PQ. y para estas di-

Tabla 5. Figur. 8.

divisiones, de la una se tiran tantas rectilineas à las de la otra, de modo, pero que la primera division se junte con la segunda, y la segunda con la tercera, como se vè en la Figur. 8. y al lado se notaràn los numeros con el orden que aquì vàn señalados.

El uso de esta escala es el siguiente: Debese tomar una linea de 125. partes, se pondrà el compàs con una punta en X. adonde estàn las lineas del num. 100. y del 5. y la otra se llevarà hasta el punto Y. donde concurren las lineas del numero 20. con la misma del numero 5. y la distancia XY. contendrà 125. partes.

La demostracion es clara, porque considerando los triangulos OQN. OTV. estos son iguales, y

se-

ſemejantes por la propoſicion 4.ª del libro 6.º de Euclides: luego como O Q. á eſtas otras OT. aſsi QN. á TV. pero OT. es mediante la conſtruccion $\frac{5}{10}$ de O Q. y por conſiguiente TV. es $\frac{5}{10}$ de QN. ſiendo pues V Y. de 20. partes, ſerà TY. de 25. partes, y junto con 100. por razon de la linea XT. ſerà toda XU. de partes 125.

Eſtando, pues, la linea MR. de la Eſcala (Figur. 8.) dividida en 1000. partes iguales, y ſiendo la linea AB. de los planos igual (Figura 7.ª) à MR. dividida en ocho partes iguales, la octava parte de AB. como AD. contendrà 125. y el quadrado de eſte numero ſerà 15625. dupliqueſe deſpues eſte numero, y ſe hallarà el numero

31250.

31250. cuya raiz quadrada, que es quaſi 177. darà la medida de A.2. Tripliqueſe luego el 15625. y ſe encontrarà 46875. del que extrayendoſe la raiz quadrada, que es quaſi 216. darà la recta A 3. y aſsi quadruplicando, quintiplicando ſiempre el numero 15625. ſe hallaràn todas las diviſiones de la linea AB. de los planos; de lo qual ſe vè claramente la razon en el Corolario precedente. Tabla 13. Letra A.

La tabla A. contiene en la columna de la mano izquierda el numero de los planos deſde 1. haſta 64. como eſtàn ſeñalados en la linea AB. de la Figura 7. y al lado ſe hallan ſentadas ſus raìces quadradas.

PRUEBA DE LA LINEA de los planos.

LA division de la linea de los planos se conoce si està bien construìda de este modo. Se toma con un compàs comun en el de proporcion (Figª. 7ª.) el intervalo de uno de los puntos de la misma linèa que se quiera, y esto se practica desde el centro del instrumento hasta el punto deseado, y dexando el compàs comun, con la misma abertura se transferirá sobre la propia linea de los planos: Esta segunda divisiòn mostrarà otro punto mayor quatro veces que el primero, y en la tercera vez, otro nueve veces mayor; como si la distancia se havrà tomado desde el centro, hasta el numero 2. en la

se-

ſegunda vez caerà ſobre el numero 8. que es quatro veces mayor que el dos: en la tercera ſobre el numero 18. que es nueve veces mayor que el 2. en la quarta ſobre el 32. que es 16. veces mayor que el 2. en la quinta ſobre el numero 50.que es 25. veces mayor que el dos, y aſsi de los demás planos ſemejantes, porque eſtos ſon entre ellos como los quadrados de ſus lados homologos; por lo que haviendo eſta operacion encontrado puntualmente los puntos 2.8.18. 32. y 50. como tambien ſi ſe toma por primera diviſion el numero 3. la ſegunda ſerà 12. la tercera ſerá 27. la quarta 48. es ſeñal que la linea de los planos eſtá bien dividida.

USO DE LA LINEA DE los Planos.

PROBLEMA I.

DADA UNA FIGURA plana, hacer otra semejante, que tenga con la primera la proporcion dada.

Tabla 5. Figura 9.

SEa dada qualquiera figura, como el circulo AFBE. cuyo diametro es la recta AB. es necessario encontrar otro circulo CID H. que tenga con el primero la razon de 17. á 12. El diametro AB. del primer circulo tomado con el compás comun, se pondrá entre 12. y 12. de la linea de los planos (Fig. 7.) y dexando el instrumento con esta abertura entre 17. y 17. se encontrará el diame-

metro CD. del circulo CIDH. que tendrá con el primero la razon, ò proporcion de 17. á 12.

Demoſtracion: El quadrado de AE. (Fig.ª 10.) al quadrado de CE. es como el 12. al 17. (por la conſtruccion de eſta linea); pero como la recta AE. es á CE. aſsi AB. es à CD. luego (propoſicion 22. del libro 6.º de Euclides) el quadrado de AB. es al quadrado de CD. como 12. á 17. y aſsimiſmo es el circulo del diametro AB. (Fig.ª 9.ª) al circulo formado con el diametro CD. (propoſicion 2.ª del libro 12. de Euclides.)

SCOLIO I.

SI el diametro AB. fueſſe dado en numeros (Fig.ª 9.ª) como

 de

de 56. pies, se tomará en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) con un compás comun una porcion de 56. partes: esto se hace desde el centro E. del instrumento, hasta el punto 56. la qual pues entre 12. y 12. en la linea de los planos, se determinarà la abertura del compàs de proporcion, con la que se debe tomar con el compás ordinario el intervalo entre 17. y 17. para tener el segundo diamentro C D. (Fig.ª 9.ª) cuya medida será conocida, aplicando este intervalo tomado entre 17. y 17. en la linea de las partes iguales, desde el centro E. del instrumento, hasta donde llega la otra punta, y se hallará que el diametro C D. tiene 67. partes.

Tabla 6. Figura 10.

SCO-

SCOLIO II.

DAdo el triangulo S V T. ſea neceſſario encontrar otro ſemejante XYZ. que tenga ſu ſuperficie triplicada S V T. ſe toma con un compás ordinario la longitud del lado ST. y ſe llevará (Figura 7.ª) ſobre la linea de los planos entre 1. y 1. y quedando aſsi abierto el compás comun entre 3. y 3. ſe halla la diſtancia del lado homologo XY. y del miſmo modo ſe procederá para encontrar los otros dos lados homologos XZ. YZ. y ſe encontrará el triangulo XYZ. triplo en ſu ſuperficie del triangulo STV. pero ſi el plano propueſto tuvieſſe mas de tres lados, podrá reducirſe en tantos triangulos con las diagonales, y

Tabla 5. Figura 12.

si ay un circulo, se podrá aumentar, ó disminuir con la misma operacion por medio de su diametro.

PROBLEMA II.

DADAS DOS FIGURAS planas semejantes, encontrar la razon que tiene la primera a la segunda.

SEan dadas dos figuras semejantes, como dos circulos, cuyos diametros sean (Figª 10.) HI. FG. pongase el mayor HI. entre los puntos 64. y 64. de esta linea de los planos, y se observará entre que puntos puede entrar el menor FG. como entre 38. y 38. de donde infiero, que la proporcion de los dos circulos es aquella de 64. á 38.

De-

Demoſtracion: Como HE. à EF. (propoſicion 4.ª del libro 6.º de Euclides) aſsi tambien HI. à FG. el quadrado de HE. à el de FE. es como 64. á 38. Luego el quadrado de HI al quadrado de FG. ò ſi no (proſicion 2.ª del libro 12. de Euclides) el circulo del diametro HI. al circulo del diametro FG. es como 64. à 38. Tabla 6. Figura 10.

SCOLIO.

SI las figuras ſemejantes ſon irregulares, como dos trapecios, es neceſſario aplicar del modo ſobredicho à la linea de los planos (Figura 7.ª) los lados homologos QR. ST. de las miſmas figuras; pero ſi los lados de las expreſſadas figuras no pudieſſen por Tabla 5. Figura 12.

ſu

ſu grandeza aplicarſe à las piernas del compàs. de proporcion, ſe tomaràn ſus mitades QV. SX. pero ſi aun eſto no baſtaſſe, ſea la tercera, ò quarta parte de los expreſſados lados homologos QR. ST. y aſsi ſe hallarà la proporcion pedida.

Muchas veces acontece, que el lado homologo de la figura no viene à caer preciſamente ſobre el numero entero, y en eſte caſo para evitar los quebrados, ſe podrà tomar otro numero, haſta que ſe encuentre otro ſin quebrados, el qual convenga con el otro lado homologo.

PRO-

PROBLEMA III.

ABRIR EL COMPAS DE proporcion, de modo que las dos lineas de los planos hagan un angulo recto.

SE toma con un compàs ordinario en la linea de los planos, á ſu arbitrio, el intervalo de qualquiera numero, que empiece del centro del inſtrumento, como el numero 40. y ſe aplica eſte intervalo ſobre la linea de los planos en una, y otra pierna del compàs de proporcion, ſobre un numero que ſea la mitad del precedente, como el numero 20. y entonces las dos lineas de los planos haràn en el centro del inſtrumento un angulo recto.

Demoſtracion: Por la conſ-

truc-

truccion de la linea de los planos, la linea tomada del centro del inſtrumento haſta el numero 40: es la hipotenuſa de un triangulo rectangulo: (propoſicion 47.del libro 1.º de Euclides) el plano hecho ſobre eſta linea, ſerà igual á los dos planos, que ſe haràn ſobre las dos lineas, tomadas con la diſtancia deſde el centro del inſtrumento haſta el numero 20. ſobre la linea de los planos miſmos, que es lo que ſe pide.

PRO-

PROBLEMA IV.

DADAS DOS, O MAS figuras planas ſemejantes, encontrar otra ſemejante, pero igual à todas las dadas juntas.

SEan dados los tres pentagonos ſemejantes XYZ. cuyos lados homologos ſean AB. 12. CD. 15. y EF. 22. ſe encuentre por el problema 2.º de eſte capitulo 2.º la proporcion de las figuras en numeros, y ſea la primera AB. à la ſegunda CD. como 12. à 15. y la miſma primera AB. à la tercera EF. como 12. à 22. ſe ſumen juntos los tres numeros 12. 15. y 22. que hacen 49. luego ſe ponga al lado AB. entre 12. y 12. de eſta linea de los planos, y el intervalo

49.

49. y 49. tomado en la misma linea, darà el lado GH. del pentagono P. semejante, è igual à todos juntos los pentagonos dados AB. CD. EF.

Demostracion: Siendo el pentagono AB. 12. el CD. 15. y EF. 22. cuya suma es 49. es manifiesto, que el pentagono AB. es á la suma de todos como 12. á 49. pero esta misma es la proporcion del pentagono AB. al pentagono CH; Luego (proposicion 9.ª del libro 5.º de Euclides) el pentagono GH. es igual à la suma de todos los tres pentagonos AB. CD. y EF.

Tabla 6. Figura 13.

SCOLIO.

SI dados dos pentagonos semejantes, se buscasse otro semejante

jante, pero igual á la diferiencia de los dos dados, la practica no es muy diferente, porque encontrando su proporcion en numeros, la diferiencia de estos mostrarà el intervalo, que se deberà tomar en el instrumento para tener el lado del pentagono pedido.

PROBLEMA V.

DADAS DOS LINEAS encontrar la media proporcional.

LAS dos lineas dadas sean AB. CD. entre las quales convenga encontrar la media proporcional EF. de modo, que sea como AB. á AF. y assi EF. á CD. encuentrese (Problema 4.º del capitulo 1.º) la proporcion de las lineas Tabla 6. Figura 14.

AB.

A B. C D. en numeros, y sea por exemplo AB. 20. y CD. 45. Siendo yà dadas las lineas AB. CD. por medio de la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª). apliquese despues la linea mayor CD. entre 45. y 45. en esta linea de los planos, y dexandose assi abierto el instrumento (ò sea compàs de proporcion) se encontrarà entre 20. y 20. en la misma linea de los planos la linea EF. pedida, que podrà conocerse en numero, aplicandola (Figura 3.ª) en la linea de las partes iguales, desde el centro del instrumento, hasta donde llega en la misma linea, que se encontrarà en este exemplo de partes 30. valor de la media proporcional EF. y luego serà lo mismo AB. 20. EF. 30. y como EF. 30. á CD. 45.

De-

Demoſtracion: Como AB. à CD. aſsi es el quadrado de AB. al quadrado de EF. pero los quadrados ſon en razon duplicada de ſus lados: luego la razon de AB. à CD. es duplicada de la que tiene AB. à EF. luego EF. es media proporcional entre AB. y CD.

COROLARIO.

POr eſte problema ſe conoce el modo de hacer un quadrado igual à un rectangulo dado, un circulo igual à un elipſis dada, &c. Veaſe la propoſicion 17. del libro 7.º de Euclides.

SCOLIO.

TAl vez ſucede que las lineas dadas ſe hallan mayores

que las del compás de proporcion, y en tal caso la operacion podrà executarse tomando la mitad, la 3.ª y 4.ª parte de la linea, como si una fuesse de 120. y la otra de 70. se toma el intervalo de 60. que es la mitad de 120. y el de 35. que es la mitad de 70. y este ultimo intervalo duplicado, darà la media proporcional pedida.

PROBLEMA VI.

DADO UN NUMERO, encontrar su raiz quadrada.

Tabla 7. Figura 15.

SI el numero es menor de 64. como 42. se buscarà su raiz quadrada en esta forma: se tomarà qualquier numero quadrado como 16. cuya raiz es 4. à la que se le

ſe juntarà un cero, de modo que haga 40. y con un compàs comun ſe tomarà en la linea ariſmetica (Fig.ª 3.ª) la recta AB. de partes 40. la que ſe aplicarà en la linea de los planos (Figura 15.) entre 16. y 16. y dexando aſsi abierto el inſtrumento, buſqueſe en la miſma linea la diſtancia CD. entre 42. y 42. la que aplicada à la linea de las partes iguales (Fg.ª 3.ª) ſe encuentra 64.$\frac{1}{2}$ Dividaſe el tal numero por 10. y el quociente 6.$\frac{9}{20}$ ſerà proxima raiz quadrada del numero 42.

Demoſtracion: Por la conſtruccion de eſta linea de los planos AE. à CE. es como la raiz quadrada de 16. à la raiz quadrada de 42. pero como AE. à CE. aſsi (propo-

ſicion 4.ª del libro 6.º de Euclides) AB. à CD. Luego AB. à AD. ſerà como la raiz quadrada de 16. à la raiz quadrada de 42. pero A B. (Figura 15.) es la raiz quadrada de 16. multiplicada por 10. Luego CD. es la raiz quadrada de 42. multiplicada igualmente por 10. y dividiendo por 10. ſe encuentra la raiz proxima del numero 42.

Si el numero es mayor que 64. pero menor que 6400. como 3124. la practica ſerà como ſe ſigue: Quitenſe las primeras dos figuras à la derecha, eſto es 24. y del remanente 31. buſqueſe, como arriba, la raiz quadrada, eſto es, tomeſe (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales, ſe encontrarà el numero 40. y apliqueſe entre 16. y 16. de los planes, luego tomeſe

meſe en la miſma la diſtancia entre 31. y 31. que transferida (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales, ſe encontrarà 55. $\frac{2}{3}$ luego eſta ſe ſeñale por raiz proxima del numero 3124. aunque verdaderamente es mas bien raiz del 3500. ſe pudiera encontrar con mas exactitud, ſi en vez de tomar el intervalo entre 31. y 31. ſe tomaſſe el que hay entre 31. $\frac{1}{4}$ y 31. $\frac{1}{4}$ en cuyo caſo aplicandolo à la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) ſaldrà un numero poco menos que 56. el qual podrá tomarſe ſeguramente por raiz proxima de el numero 3124. aunque à la verdad ſea mayor que la cierta.

La demoſtracion es la miſma que la de arriba, como qualquiera

lo podrá entender con facilidad; y si el numero fuere mayor de 6400. con semejante corte, y operacion se encontrarà facilmente la raiz, por lo que no me parece necessario dilatarme mas en este particular.

CAPITULO III.

DE LA LINEA DE LOS Poligonos.

LA linea de los poligonos es la que señala la medida de un lado de todos los poligonos que pueden descrivirse en un circulo, y sirve para poderlos descrivir facilmente en otro qualquiera circulo. En esta linea suelen ponerse los lados homologos de los diez pri-

primeros poligonos regulares inscriptos en el mismo circulo, que empiezan del triangulo equilatero, y acaban en el duodecagono.

DESCRIPCION DE LA *linea de los poligonos.*

EN la superficie del instrumento donde se pusieron las lineas de las partes iguales (Figura 3.ª) y la de los planos (Fig.ª 7.ª) se describen otras dos lineas A.B. A.C. (Figura 16.) iguales à ellas, y son las lineas de los poligonos, las que se dividiràn facilmente mediante las lineas de las cuerdas, que se describirà mas adelante en el siguiente capitulo 4.º (Figura 21.) de esta manera: Tomese con un compàs comun la cuerda de grados 120. y apliquese en

Tabla 7. Figura 16.

en el compàs de proporcion, y en la misma linea, desde el centro del instrumento, hasta el numero 120. Este intervalo se transfiera en uno, y otro brazo del instrumento, desde B. à C. y se encontrará el lado del triangulo equilatero, que debe señalarse con la cifra 3. Tomese tambien la cuerda de 90. grados, y se transfiera sobre uno, y otro brazo, desde el centro A. del instrumento, hasta el num. 4. y serà lado del quadrado, que se señalarà con la nota 4. Para el lado del pentagono tomese la cuerda de 72. grados, y se transporte desde el centro A. hasta el numero 5. Para el lado del exagono tomese la de 60. grados: para el eptagono la de 51. grados, y 26. minutos: para el octagono la de 45. grados: para

el

el nonagono la de grados 40. para el decagono la de 36. grados: para el undecagono la de 32. grados, y 44. minutos: y para el duodecagono la de 30. grados, y aſsi de los demàs ſi mas ſe quiſieren. A cada diviſion ſe ponga deſpues à ſu lado la cifra del numero de los lados del poligono, y à toda la linea por diſtincion la palabra los poligonos. En algunos compaſes de proporcion ſe encuentra en B. y C. ſeñalado numero 4. del quadrado; en cuyo caſo, para hacer la linea de los poligonos, es neceſſario, como arriba, tomar con un compás comun, en la linea de las cuerdas, el intervalo, deſde el centro del inſtrumento, haſta el numero 90. y tranſportarlo en la miſma linea entre 90. y 90. en una, y otra pier-

na, y dexando el inſtrumento aſsi abierto, ſe tomarán las cuerdas que correſponden á los demàs poligonos, como ſe ha dicho arriba.

La Demoſtracion es muy clara, porque el lado de qualquiera poligono inſcripto en el circulo, es cuerda del arco, que ès tal parte de la circunferencia denominada por el numero de los lados del poligono: aſsi es lado del triangulo, es cuerda del arco, que es tercera parte de la circunferencia; el lado del quadrado quarta parte; el lado del pontagono quinta parte. Ahora, pues, las cuerdas arriba expreſſadas, ſon cuerdas de los arcos, que ſon tal parte de la circunferencia, que puede denominarſe por èl numero de los lados de cada poligono, como ſe conoce

con

con la division ; supuesto que dividiendo el numero 360. por 3. viene 120. dividiendolo por 4. 90. y por 5. 72. Luego los lados encontrados son aquellos que se piden.

SCOLIO.

LAS mismas lineas AB. AC. (Figura 16.) de los poligonos, podràn dividirse con la escala (Fig.ª 8.ª) del capitulo 2.º con la que ha sido dividida la linea de los planos, señalando à cada division el numero de las partes que estàn sentadas en la siguiente tabla, asignando al lado AB. ó AC. del triangulo equilatero partes 1000. y à los demàs poligonos regulares inscriptos en el circulo; para encontrarlos se harà la analogía siguiente.

Co-

Como el ſeno de grados 60. mitad del angulo del centro del triangulo equilatero, al lado del miſmo triangulo, que es 1000. aſsi el ſeno de 45. grados, mitad del angulo del quadrado, al lado del miſmo quadrado, que ſe encontrarà de 816. partes.

Del miſmo modo ſe procederà para encontrar los lados de los demás poligonos, y ſe formarà la tabla B.

Tabla 15. Letra B.

Sin embargo (algunos en vez de anotar el numero 3. en los limites BC. (Figura 16.) de eſta linea de los poligonos) ponen el numero 4. del quadrado; en cuyo caſo ſe daràn al quadrado partes 1000. por lo largo de la linea AB. ò AC. al pentagono 831. al exagono 707. al eptagono 613. al octa-

tagono 540. al nonagono 484. al decogono 437. al undecagono 398. y al duodecagono 336. y se señalaràn estas partes sobre la linea de los poligonos, desde el centro A. (Fig. 16) del compàs de proporcion, hasta donde llegan sobre la misma linea.

USO DE LA LINEA DE los poligonos.

PROBLEMA I.

DESCRIBIR EN UN circulo dado qualquiera poligono regular.

SEA dado el circulo del semidiametro E D. (Fig.ª 17.) y debase descrivir en el un pentagono: El semidiametro E D. tomado con un compás ordinario, se apli- Tabla 7. Figura 17.

aplicarà al compàs de proporcion en la una, ù otra linea de los poligonos AB. AC. (Fig.ª 16.) entre 6. y 6. y dexando con tal abertura el inſtrumento entre el 5. y 5. de la miſma linea, ſe hallará la medida EF. del lado del pentagono, la qual aplicada à la circunferencia del circulo, entrarà cinco veces, y quedará ſeñalado el pentagono EFGHI.

Demoſtracion: En la precedente figura 17. la recta AK. à la recta AM. es como el ſemidiametro, ò ſea lado del exagono (propoſicion 15. del libro 4.º de Euclides) al lado del pentagono, pero como AK. á AM. aſsi KL. à MN. Luego ſiendo KL. ſemidiametro MN. ſerá lado del poligono, que es la operacion que dexo explicada.

SCOLIO.

LA misma operacion podrà hacerse para encontrar los lados de todos los demas poligonos, porque tomando siempre con un compàs comun el semidiametro del circulo, se aplicarà en el compàs de proporcion entre 6. y 6. y dexando el instrumento con esta abertura entre 3. y 3. se hallarà el lado del triangulo equilatero, entre 4. y 4. el lado del quadrado, entre 5. y 5. como arriba, el lado del pentagono, entre 6. y 6. del exagono, entre 7. y 7. del eptagono, entre 8. y 8. del octagono, y asi de los demàs.

PROBLEMA II.

DADA UNA LINEA recta, describir sobre ella un poligono regular.

Tabla 7. Figura 18.

SEA dada la recta QR. y sea necessario sobre ella describir el pentagono. La recta QR.tomada con un compás comun, se aplicarà entre 5. y 5. (Fig.ª 16.) en esta linea de los poligonos del compàs de proporcion, y el intervalo TQ. tómado con el mismo instrumento entre 6. y 6. dará el semidiametro del circulo, en el que podrá describirse un semejante pentagono, donde describiendo desde los puntos Q. y R. como centros, dos circulos, con el intervalo TQ. estos se encontraràn en T. y desde este punto, como centro, se descri-

cribirà el circulo OPQRS. al que aplicada la linea QR. cinco veces, dexará formado el pentagono pedido. La demostracion es la misma que arriba.

SCOLIO.

SI sobre la linea dada se quisiere describir qualquiera otro poligono regular, como un eptagono, es preciso tomar con un compàs comun el intervalo de la linea dada, y aplicarlo à una, y otra pierna del compàs de proporcion (Fig.ª 16.) entre 7. y 7. y despues dexando assi el instrumento, tomese siempre con el compás comun la distancia entre 6. y 6. en la misma linea de los poligonos, y con esta, como arriba

(Fig.ª 18.) busquese el centro de un circulo, en cuya circunferencia se transportará al rededor la linea dada, y se tendrá inscripto el eptagono, y cada lado de este será igual á la linea dada.

PROBLEMA III.

CORTAR UNA RECTA dada segun la estrema, y media proporcion.

Tabla 7. Figur. 19.

SE toma con un compás comun la longitud de la recta VY. y se transportara (Fig.ª 16.) en una, y otra pierna del instrumento, entre 6. y 6. y quedando el compàs de proporcion con esta abertura entre 10. y 10. en la misma linea de los poligonos, se encontrarà la porcion mayor VX. que es

la

la media proporcion buscada.

Demostracion: Supuesto que la media proporcion de un semidiametro de circulo, sea la cuerda de 36. grados, aumentando esta cuerda al semidiametro, y haciendo ambos una sola linea recta, el semidiametro vendrà à ser media proporcional, y la cuerda de 36. grados serà la pequeña porcion: Luego (proposicion 30. del libro 6.º de Euclides) como VY. à VX. assi VX. à XY. pero VY. es mayor que VX. Luego VX. es mayor que VY. de donde se infiere, que la linea VY. està señalada en el punto X. segun la extrema, y media proporcion.

PROBLEMA IV.

DESCRIBIR SOBRE una recta dada un triangulo isosceles, en el qual cada uno de los angulos de la base, sea duple del angulo del vertice.

CON un compás comun se toma el intervalo de la linea bc. y se transfiere en el compàs de proporcion (Fig.ª 16.) à la linea de los poligonos, en una, y otra pierna del instrumento entre 10. y 10. y dexando el mismo instrumento con està abertura entre 6. y 6. se hallarà la longitud de cada lado ab. ac.

Tabla 7. Figura 20.

La demostracion se dá facilmente con la proposicion 10. del libro 4.º de Euclides, y es evidente,

que

que hallandose el angulo a. medido por la cuerda de 36. grados, y siendo el triangulo b.a.c. isosceles por la construccion, los angulos sobre la base (proposicion 5.ª del libro 1º de Euclides) son entre ellos iguales. Luego siendo el angulo a. de grados 36. (proposicion 32. del libro 1º de Euclides) los otros dos angulos b. y c. serán de 72. grados cada uno.

PROBLEMA V.

ABRIR EL COMPAS de proporcion de modo que las dos lineas de los poligonos hagan un angulo recto.

SE toma con un compás comun sobre la linea de los poligo-

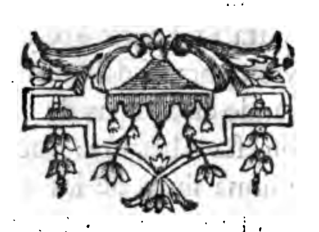
rios (Figura 16.) del compás de proporcion el intervalo desde el centro A. hasta el numero 5. y despues se abre el instrumento, de forma que el mismo intervalo venga à caer en una pierna sobre el numero 6. y en la otra sobre el numero 10. en las dos lineas de los poligonos: estas lineas formarán en el centro A. del instrumento un angulo recto. La demostracion es clara, porque (proposicion 47. del libro 1 de Euclides) el quadrado del pentagono es igual al quadrado del lado del exagono, y aquel del decagono.

PRUE-

PRUEBA DE LA LINEA de los poligonos.

LA linea de los poligonos se puede conocer si es exacta por medio de la siguiente linea de las cuerdas, en esta forma: Tomese con un compás comun en la linea de los poligonos (Figura 16.) el intervalo desde el centro A. del compás de proporción, hasta el punto 6. y este mismo intervalo se transfiere en las lineas de las cuerdas (Figura 21.) entre 60. y 60. en uno, y otro brazo del instrumento, dexando el compás de proporcion con esta abertura: luego sobre la misma linea de las cuerdas se toma el intervalo entre 72. y 72. y se transfiere (Figura 16.) sobre la linea de los poligonos,

desde el centro A. del instrumento, hasta el numero 5. que pertenece al pentagono, que tiene el angulo al centro de 72. grados, y se hará la misma operacion por la division de todos los demàs poligonos, tomando el numero de los grados pertenecientes à cada uno de los poligonos, que se expressan al folio 55. donde se encuentra la descripcion de esta linea.



CA-

CAPITULO IV.

DE LA LINEA DE LAS cuerdas, ò de los grados del circulo.

CUerda, ó ſubtenſa de un arco de circulo, es la linea recta, que junta las extremidades del miſmo arco, y en eſte eſtado llamamos linea de las cuerdas la que demueſtra la quantidad de cada cuerda, ò ſubtenſa de todos los arcos de un circulo; y porque regularmente por cuerda ſe puede conocer el arco, y el numero de los grados, que él miſmo contiene, de aqui ſe infiere, que eſta miſma linea ſuele llamarſe tambien linea de grados de circulo.

DES-

DESCRIPCION DE LA linea de las cuerdas.

Tabla 8. Figur. 21.

HAganse las lineas AC. AE. (Figura 21.) de las cuerdas iguales (Fig.ª 3.ª) à la linea de las partes iguales: tomese despues en la linea de las partes iguales el intervalo de 100. partes, y sea A B: y con este, como semidiametro, se describa con el centro B. en qualquiera parte un semicirculo, como ADC. cuya circunferencia se divida en sus grados, esto es, 180. partes iguales: despues dividanse las lineas AC. AE. en la conformidad siguiente: Tomase el intervalo A. 10. en el semicirculo, y se transferirà en cada una de las dos lineas, desde el centro A. del instrumento, hasta donde pueda lle-

llegar : Se toma aſsimiſmo A.20. A. 30. A 40. &c. y ſe transfieren deſde el miſmo centro haſta donde llegan, y lo miſmo ſe hará de los grados intermedios, los que ſe deben ſeñalar uno por uno, aunque baſta ſeñalar ſolamente los numeros de las decenas, de cuyo modo quedarà deſcripta, y dividida la linea de las cuerdas, à cuyo lado ſe ſentará eſte miſmo nombre, eſto es, la linea de las cuerdas, ó de los grados del circulo: La razon de eſta operacion es muy clara.

Mas exactamente ſe divide la linea de las cuerdas, mediante la tabla de los ſenos, en eſta forma: Tomeſe, como ſeno total, ó radio, la mitad de la linea de las partes iguales de partes 100.000. luego ſe duplicará el ſeno de minutos 30. que

que en la tabla se encuentra 8. 726. por lo qual el duplo será 17. 452. esto es, 17. $\frac{452}{1000}$ ó mas brevemente 17. $\frac{45}{100}$ ó bien $\frac{4}{10}$ y esta es la cuerda de un grado; asimismo duplicando el seno de un grado, que se encuentra 17. 452. esto es, 17. $\frac{452}{1000}$ ó bien 17. $\frac{45}{100}$ ó sino $\frac{4}{10}$ y se tendrá por cuerda de dos grados 34. $\frac{9}{10}$ y asi de mano en mano: Estos numeros luego tomados con el compás comun en la linea (Figura 3ª) de las partes iguales, y transferidos à la Figura 21. y á la linea de las cuerdas, señalarán con puntualidad las divisiones pedidas.

Tabla 14. Letra C. Esta operacion está fundada por esta sola máxima de la trigonometria, la que enseña el seno de

qual-

qualquiera arco, ser siempre la mitad de la cuerda del arco duplo; por lo qual, duplicando el seno de un arco, saldrà infaliblemente la cuerda del arco duplo.

En la siguiente tabla, en cada una columna de la mano izquierda, están señalados los grados, que empiezan de 1. hasta 180. y al lado de estos la longitud proporcionada de las cuerdas correspondientes; y assi, queriendo dividir la linea de las cuerdas (Figura 21.) esto se podrá practicar mediante la escala, que se halla en la Tabla 5. (Fig.ª 8.ª) que està dividida en 1000. partes iguales, y si se quisiesse la division del primer grado, se deberán tomar en la escala 8. partes con el compás comun, y transferirlas sobre la linea de las

cuer-

cuerdas del compàs de proporcion, desde el centro A. del instrumento, hasta donde se junten, y assi de mano en mano se procederà con las demás divisiones de uno, y otro brazo del instrumento.

PRUEBA DE LA LINEA de las cuerdas.

LAS dos construcciones antecedentes de las cuerdas, á saber, la primera expressada al folio 74. (Figura 21.) que es por medio de las cuerdas, y la otra por medio de los numeros de la Tabla precedente, podrán servir de prueba la una à la otra.

Tambien se podrá probar esta linea de las cuerdas, en este otro modo, se toman en la linea de las

cuer-

cuerdas (Figura 21.) dos numeros igualmente distantes de los grados 120. como por exemplo 110. y 130. los que son distantes del numero 120. 10. grados, y el primero 110. por defecto, ò falta, y el otro 130. por excesso, y despues con un compàs comun se toma en la linea de las cuerdas la distancia de los numeros 110. y 130. la qual en la misma linea de las cuerdas se hallarà igual á la que se tomarà en el compàs de proporcion del centro A. del instrumento, hasta el numero 10. que es la cuerda de los grados 10. Del mismo modo, si la distancia que se toma es entre los grados 100. y 140. esta se encontrarà igual á la cuerda de los 20. grados, y si fuesse entre grados 90. y 150. será igual á la

cuer-

cuerda de los 30. grados, que son en el primer num. 90. la diferencia por falta de 120. grados, en el otro numero 150. por excesso, y assi se podrà proseguir de mano en mano, como se hace facilmente con la Tabla 14. Letra C. de las cuerdas, en la que el numero 44. que es la cuerda de 5. grados, y la diferiencia entre el num. 843. que es la cuerda de 115. grados, y el num. 887. que es la cuerda de 125. grados, y semejantemente el num. 87. que es la cuerda de 10. grados, es la diferiencia entre la cuerda de 110. y la de 130. que son igualmente distantes de 120. grados.

USO DE LA LINEA DE la cuerda.

PROBLEMA I.

DADO UN ARCO DE circulo, encontrar el numero de los grados que contiene.

DEsde el arco RS. del qual convenga saber el numero de los grados, se busque en la proposicion 25. del libro 3.º de Euclides, su centro T. y el semidiametro RT. (Figura 22.) tomado con un compàs comun, se aplique en el uno, y otro brazo del instrumento de esta linea de las cuerdas, entre 60. y 60. en los puntos HI. (Fig.ª 23.) despues dexando con esta abertura el instrumento, se tomarà

Tabla 9. Figura 22.

Tabla 9. Figura 23.

marà la diſtancia RS. entre los dos extremos del arco, y ſe buſque entre quales puntos ſe pueda aplicar, y encuentraſe por exemplo, que cabe bien entre K. y L. 82. y 82. digo que el arco R S. es de 82. grados.

Demoſtracion: Por la conſtruccion de eſta linea, la recta FH. es cuerda del arco de 60. grados, y FK. de grados 82. Luego ſiendo (propoſicion 15. del libro 4.º de Euclides) la miſma recta F H. ſemidiametro del circulo FH. á FK. como el ſemidiametro á la cuerda de 82. grados, pero como F H. à FK. aſsi (propoſicion 4.ª del libro 6.º de Euclides) HI. à KL. Luego haviendoſe hecho HI. igual al ſemidiametro RT. la recta KL. ò bien R S. ſu igual, es cuerda del

arco

arco de 82. grados; y finalmente el mismo arco RS. contiene este numero de grados.

COROLARIO.

DAdo un angulo como RTS. puede conocerse el numero de los grados que lo mide, describiendo con el centro T. à qualquier intervalo TR. el arco RS. puesto que el numero de los grados de este arco RS. serà cavalmente el del angulo RTS.

SCOLIO.

NO es desemejante el uso de este instrumento para medir los angulos de las distancias en la geometria practica, porque colocando sobre la linea de las cuer-

das dos pinulas por cada brazo en OP.MN. hechos como la pinula Q. que se ponen perpendicularmente sobre los dos brazos, y observando perpendicularmente los dos brazos, ò puntos distantes MN. se puede conocer la medida del angulo MFN. en esta forma.

Pongase el compàs de proporcion sobre de un tres pies de conveniente altura, como de 4. pies poco mas, ó menos; luego se abre el compàs de proporcion (Fig.ª 23) hasta que por las quatro pinulas P. N O M. que estàn situadas sobre las dos lineas de las cuerdas FN. y FM. se vean los dos objetos: Se dexa despues el instrumento con esta abertura, y con un compás comun se toma la distancia HI. entre 60. y 60. y se aplica en la linea de las

cuer-

cuerdas del centro F. del instrumento, hasta donde llega sobre la misma linea, como en G. y este intervalo FG. (que en este exemplo llega sobre el numero 30.) será el numero de los grados, que convienen al angulo MFN. esto es, 30. grados.

Demostracion: FH. cuerda de grados 60. es semidiametro del circulo, con el qual fue construida esta linea de las cuerdas, y la recta HI. es cuerda del arco de tal circulo, que viene à ser medida del angulo MFN. pero esta es igual à la recta FI. por la operacion: Luego esta es la medida del angulo de MFN.

Notese aquì con cuidado, que la cuerda de qualquier arco es tambien cuerda de un arco, que con el

primero compone un circulo entero, de donde se sigue, que para poder seguramente determinar la cantidad de un arco, en grados, y minutos, es necessario primero saber si es mayor, ò menor del semicirculo, cuya reflexion no se necessita para los angulos, que siempre son menores que dos rectos.

PROBLEMA II.

MEDIR CON EL COMPÁS de proporcion distancias, alturas, y profundidades, y hacer un angulo rectilineo de quantos grados se quiera.

Tabla 9. Figura 24.

DEse el caso de querer por exemplo medir la distancia inaccessible BA. como lo ancho de un Rio; para esto se tomarán dos pa-

parages à ſu advitrio BC. y en ellos ſe plantaràn dos baſtones perpendiculares al Orizonte, tomeſe luego el compàs de proporcion, y coloqueſe ſobre los tres pies en el parage B. y luego por las pinulas de uno de los brazos, ſe mire el objeto A. inacceſsible, y ſe abra el otro brazo del inſtrumento, haſta que por las pinulas del miſmo ſe vea el baſton colocado en la otra diſtancia C. ſe dexa deſpues el inſtrumento con eſta abertura, y por medio del precedente Problema primero de eſte capitulo, ſe buſque la cantidad del angulo A BC. que en eſte exemplo es de 74. grados.

La miſma operacion ſe deberà hacer en el otro parage C. porque ſituando el compàs de proporcion en C. ſe mira por uno de

los brazos del instrumento; el objeto A. y con el otro el baston situado en B. y se observarà, como se ha dicho arriba, la cantidad del angulo ACB. el que en este exemplo se supone de 60. grados. Ultimamente se medirá mecanicamente la distancia B C. que se supone ser de 130. passos.

Formese despues sobre el papel el triangulo DEF. equiangulo à ABC. en la siguiente forma: se tomaràn con un compàs comun en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) del compàs de proporcion 130. partes, y con este intervalo hagase en el papel la base EF. la que se havrà tomado en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) entre 130. y 130. y en los terminos E. y F. de la linea EF. con una abertura del

com-

compàs comun, tomada à arbitrio, se describiràn los arcos GH. IK.

Transfierase luego el intervalo EH. ò bien EG. del compàs comun en la linea de las cuerdas (Figura 21.) del compàs de proporcion, entre 60 y 60. y dexando el instrumento con esta abertura entre 74. y 74. en la misma linea de las cuerdas, se encontrarà la cantidad del angulo DEF. cuyo intervalo deberà transferirse en el arco GH. desde H. hasta G. y se señalarà el punto G. La misma operacion se deberà hacer para el angulo DFE. de 60. grados, y notese el punto I. finalmente por los puntos EG. se tire la rectilinea ED. y por los puntos FI. la DF. cuyas lineas se cortan en D. y forman el triangulo EDF. equiangulo à BAC.

Se

Se toma despues, como arriba, en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) del compàs de proporcion, con un compàs comun el intervalo de la linea E F. de partes 130. y se transfiere en la misma linea de las partes iguales en 130. y 130. y dexando el instrumento con esta abertura, se toma el intervalo de la linea E D. y este se hallarà que cae en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) entre 156. y 156. por lo que digo, que la distancia inaccessible BA. es de 156. passos; y la misma operacion se deberà hacer para encontrar la distancia AC. que se hallarà de 175. passos; de cuyo modo se procederà para encontrar los angulos de las alturas, y profundidades.

PRO-

PROBLEMA III.

DE UN CIRCULO DADO tomar un arco, que contenga un numero determinado de grados.

DEſe el circulo MNO. al que convenga tomar vn arco por exemplo de 36. grados. El ſemidiametro LM. del circulo tomado con un compàs comun, ſe aplicarà (Figura 21.) en la linea de las cuerdas del compàs de proporcion, y teniendo aſsi abierto el inſtrumento, ſe tomarà la diſtancia entre 36. y 36. pueſto que ſemejante linea MN. aplicada en el circulo dado (propoſicion 5.ª del libro 4.º de Euclides) cortarà un arco de 36. grados. Tabla 9. Figura 25.

La demoſtracion no es diverſa

de

de la del precedente Problema primero de este Capitulo quarto.

COROLARIO.

CON el mismo artificio se hace un angulo de los grados que se quiere, y hecho el arco MN. de 36. grados, serà de otros tantos el angulo MLN.

PROBLEMA IV.

DIVIDIR UN ARCO DE circulo en muchas partes iguales.

Tabla 9. Figura 26.

SEA dado el arco PQ. (Figura 26.) y sea necessario dividirle en tres partes iguales, busquesè (Problema 1.° Capitulo 4.°) el numero de los grados del arco PQ.

por

por exemplo 120. dividase este numero por 3. y se hallarà por quociente 40. Luego tomese (Problema 3.° Capitulo 4.°) el arco PR. de 40. grados, y este serà la tercera parte del arco PQ. con lo qual este arco PQ. està dividido en tres partes iguales PR. RS. SQ. como se vè claramente por la misma construccion.

COROLARIO.

LA misma regla vale para los angulos, pues divididos los arcos, quedan tambien estos divididos en tantas partes, y con la proporcion que se quiere.

SCO-

SCOLIO.

CON el uſo de eſte Problema, y del precedente, ſe puede inſcribir en el circulo qualquier poligono regular, y ſe podrà executar en eſte modo. Se dividirà el numero 360. por el numero de los lados del poligono, y el quociente, que reſulta ſerà el numero de los grados del arco, de que es cuerda el lado del miſmo poligono.

Luego ſi dado el ſemidiametro del circulo ſe encuentra por el tercero Problema la cuerda de los grados, y eſta ſe aplica en el circulo al rededor, quedarà formado el poligono pedido.

Como ſi ſe debieſſe deſcribir en un circulo un pentagono regular.

lar. Dividido el numero 360. por 5. se encontraria por quociente el num. 72. Luego puesto el semidiametro del circulo dado entre 60. y 60. de esta linea de las cuerdas del compàs de proporcion (Figura 21.) entre el 72. y 72. de la misma linea de las cuerdas, se podrà tomar el lado del pentagono, que aplicado cinco veces à la circunferencia del circulo, dexarà señalados en él los cinco lados de la figura. Esta misma operacion podrà hacerse para encontrar todos los demàs poligonos regulares.

PROBLEMA V.

DADO UN ARCO, Y SU cuerda, encontrar el ſemidiametro del circulo.

SEA dado el arco AB. de un numero determinado de grados 72. y ſu cuerda AB. es neceſſario encontrar el ſemidiametro A C. del miſmo arco: La cuerda AB. tomada con un compàs comun ſe aplicarà (Figura 21.) entre el 72. y 72. en la linea de las cuerdas del compás de proporcion, y tomando en la miſma el intervalo, entre 60 y 60. con un compàs ordinario, eſte ſerà el ſemidiametro CA. ò ſino CB. del miſmo circulo, por la miſma razon que ſe ha dado arriba.

Tabla 10. Figura 27.

SCO-

SCOLIO.

SI la cuerda es dada en pies, ò passos, se tomarà aquel numero de passos (Figª 3ª) en la linea de las partes iguales, y pongase como arriba entre el 72. y 72. (Figura 21.) de esta linea de las cuerdas, y tomando en la misma con un compás comun el intervalo entre 60. y 60. transfierase à la linea de las partes iguales, y se conocerà en ella de quantos pies, ó passos es el semidiametro de un tal circulo.

Al contrario, si se quisiera saber el numero de los pies del semidiametro, se conocerá el numero de los pies de la cuerda, practicandola al revès.

Sea dado el arco AB. de un numero de grados como 72. se

G pide

pide su seno AD. el semidiametro AC. se ponga entre 60. y 60. (Figura 21.) en la linea de las cuerdas: dupliquese despues el arco AB. de 72. grados, de modo, que se buelva ABE. de 144. grados, y entre 144. y 144. de la misma linea de las cuerdas, se encontrarà toda la cuerda AE. cuya mitad AD. es el seno buscado; el qual si se desea en linea recta, podrà hallarse con facilidad, mediante el Problema 1.° del Capitulo 1.° pero si se desea en numeros, pongase el semidiametro AC. entre 100. y 100. (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales del compàs de proporcion, y dexando el instrumento con esta abertura, se toma con un compàs comun el intervalo de la cuerda AE. y se busque entre quales

Tabla 10. Figura 28.

les

les dos numeros entre, y ſe encontrarà entrar en la miſma linea de las partes iguales,quaſi entre 190. y 190. tomeſe la mitad del numero 190. eſto es, de 95. y eſte ſerà el ſeno AD. del arco AB. de 72. grados,pueſto el ſeno total AC.de 100. partes en las Tablas; haviendoſe pueſto el ſeno total 100000.el de grados 72. ſe halla 95106.

Demoſtracion: Por la trigonometria el ſeno de un arco es mitad de la cuerda del arco duplo; ſiendo pues el arco ABE.duplo del arco AB. la mitad de la cuerda AE. ſerà ſeno del arco AB. pero pueſto el radio AC. 100. AE. ſe halla 190. poco mas, ò menos: Luego la mitad de eſte numero 190. eſto es 95. declara el valor de la recta AD. ſeno del arco AB.

SCOLIO.

AUnque no se pueda lograr en los senos buscados por esta regla toda la exactitud que se encuentra en las Tablas, sin embargo es grande ventaja el tener compendiados en este instrumento el largo cañon de los senos, y con la seguridad de no errarse de una millesima parte del seno total, que para las cosas mecanicas es la mayor precision que se pueda desear.

PRO-

PROBLEMA VI.

EXECUTAR LAS OPERACIONES trigonometricas en la resolucion de los triangulos, sin el uso de las Tablas, y de la Arismetica.

ESta gran ventaja nos dà el compàs de proporcion en esta linea de las cuerdas, y es el poder usar las practicas trigonometricas en la resolucion de los triangulos, sin Tabla, y sin otra operacion arismetica; y este es el modo que aplicarè al solo triangulo rectangulo, militando la misma razon en las demás.

I. Sea dado, pues, el triangulo FGH. rectangulo en G. del qual se deberán saber otras dos cosas, y se dè en primer el angulo agudo H.

de 54. grados, y la hypotenusa F H. de 130. pies, se buscan los lados FG, GH. en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª): tomase con un compás comun 130. partes, y se transfieran à la linea de las cuerdas (Figura 21.) por regla general, entre 180. y 180. y reteniendo con tal abertura el compàs de proporcion, busquese con un compàs comun el intervalo entre los grados 108, y 108. en la misma linea de las cuerdas (Figura 21.) que es numero duplo de 54. grados. Digo, pues, que esta linea, tomada como llevo dicho con un compàs comun, y aplicada à la linea (Fig.ª 3.ª) de las partes iguales, señalarà el numero de los pies de la recta FG. que son 105.

Tabla 10. Figura 29.

Demostracion: En el caso expres-

pressado, para encontrar el lado FG. la trigonometria nos submi-nistra esta analogia: Como el se-no total al seno de 54.grados, asi la hypotenusa 130. al lado FG. pero como el seno total al seno de 54 grados, asi es (proposicion 15. del libro 5.º de Euclides) el diame-tro á la cuerda de 108. grados: Luego como el diametro, esto es, la cuerda de 180. grados à la de 108. grados, asi es la recta de 130. par-tes, y qual se supone ser la hypote-nusa FH. à la recta FG. cuyas par-tes se hallan (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales 105. porque por la proposicion 4.ª del libro 6.º de Euclides, es evidente, que asi como la cuerda de 180. grados à la cuerda de 108. grados, lo son las dos rectas HF. GF. puestas en-tre estos puntos.

Para hallar el lado GH. del angulo H. 54. busqueſe ſu complemento 36. que es la medida del angulo F. luego pueſto el numero 130. entre 180. y 180. en la linea de las cuerdas (Figura 21.) tomeſe con un compàs comun en la miſma linea de las cuerdas el intervalo entre 72. y 72. que es el duplo de 36. y eſte intervalo aplicado à la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) ſeñalará el numero de los pies del lado GH. eſto es, 76. pies.

II. Deſe deſpues, ademàs del angulo H. de 54. grados, el lado GH. de 76. pies; ſe buſca la hypotenuſa FH. y el lado FG. dobleſe el numero de los grados del angulo F. 36. y ſe hallaràn grados 72. Tomeſe deſpues en la linea de las

par-

partes iguales (Fig.ª 3.ª) con un compás ordinario el numero 76. y se aplique (Figura 21.) en el compás de proporcion en la linea de las cuerdas entre 72. y 72. se hallará en la misma linea de las cuerdas entre 180. y 180. la hypotenusa FH. y entre 108. y 108. el otro lado FG.

La demostracion es la misma que la de arriba.

III. Pero si se diesse la hypotenusa FH. 130. y el lado GH. 76. se encontraràn los angulos H. y F. en esta forma: Pongase el numero de 130. partes tomadas (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales, entre 180. y 180. de esta linea de las cuerdas (Fig.ª 21.) luego se toman en la linea de las partes iguales 76. y se aplican à la linea de las cuerdas,

don-

donde podrá entrar juſtamente como entre 72. y 72. eſto pues es el numero de los grados de un angulo duplo de F. por lo qual eſte angulo F. es de 36. grados, y por conſequencia el angulo H. ſu complemento de 54. grados.

IV. Que ſi fueſſen dados dos lados, como GH. y GF. el primero 76. y el ſegundo 105. la operacion ſeria algo mas dificultoſa, y ſería neceſſario recurrir à las tangentes, para tener immediatamente la cantidad de los angulos H. y F. no queriendo valernos de la ariſmetica, porque por medio de eſta, haciendo los quadrados de 76. y 105. la raiz quadrada de ſu ſuma, que es quaſi 130. darà la hypotenuſa de FH. con la qual, y el lado GH. ſe encontrará, como arri-

arriba, el angulo F. y por este su complemento AE. y no me dilato mas sobre este particular, que con las practicas aqui expressadas se puede entender facilmente como se deba usar el compàs de proporcion en la linea de las cuerdas, en la resolucion de los otros triangulos, assi rectilineos, como esfericos.

CAPITULO V.

DE LA LINEA DE LOS sòlidos, llamada de otro modo cubica.

LLamamos linea de los sòlidos, ò bien cubica, la que muestra la proporcion de dos sòlidos semejantes, como dos cubos, dos esferas, dos piramides semejan-

jantes, &c. formadas sobre dos li-
neas dadas.

DESCRIPCION DE LA linea de los solidos.

EN la superficie del instrumento (Figª 1ª) donde quedò señalada la linea de las cuerdas, señalanse otras dos, una por cada brazo, igual cada una de ellas à la de las cuerdas, se divide despues cada una de estas en quatro partes iguales AC. CD. DE. EB. y se escriben al lado de estas divisiones los numeros de sus cubos, esto es, en C. el numero 1. en D.8. cubo de dos, en E. 27. cubo de 3. y en B.64. cubo de 4.

Tabla 10. Figura 30.

Para tener las divisiones intermedias, seria preciso encontrar los

lados

lados del cubo duplo, triplo, quadruplo, &c. del cubo AC. y tambien entre las rectas AC. y AD. encontrar dos medias proporcionales, puesto que entonces AC. à AD. sería (proposicion 33. del libro 11. de Euclides) como el cubo de AC. al cubo de la primera media encontrada; pero como esto no se puede hacer geometricamente, siendo este un problema, que se ha tenido hasta ahora por irresoluble, encontrarémos la mencionada linea por arismetica, en la forma siguiente: Supongase la recta AC. dividida en 1000. partes iguales, su cubo serà 1000000000. se duplique este numero, y se tendrà el cubo duplicado 2000000000. de esto se saca la raiz cubica 1259. encontrada la

qual,

qual, con el uſo de la linea (Fig. 3ª) de las partes iguales, darà la primera diviſion A. 2. raiz del cubo duplicado ſobredicho, ſe triplique deſpues el miſmo cubo 1000000000. ſe tẽdrà 3000000000 cuya raiz cubica 1442. darà la ſegunda diviſion en el punto 3. en la primera forma ſe procederà quadruplicando, y quintiplicando el miſmo cubo, y ſacando la raiz cubica haſta que quede dividida toda la recta AB.

Transfieranſe deſpues eſtas diviſiones en las dos lineas AF. AB del inſtrumento, y ſe tendrà con eſto ſeñalada la linea de los ſolidos, al lado de la qual ſe deberàn ſeñalar los numeros 1. 5. 10. 20. &c. con la palabra: linea de los ſolidos.

La demoſtracion es clara, por

la

la misma construccion, con que no es necessària mayor explicacion.

COROLARIO.

LA razon de A.1. à A2. (proposicion 33. del libro 11.de Euclides) es subtriplicada de la de 1. à 2. è igualmente la razon de A.2. á A.3. subtriplicada de la de 2. à 3. y assi de las demàs.

SCOLIO.

SE pudiera tambien hacer la division de la linea B. por medio de la escala (Figura 8.ª) que està dividida en 1000. partes iguales, y tiene igual longitud á la de la linea A B. que està dividida en 64. partes, porque la raiz cubica

de

de 64. es 4. y la de 1. es 1. de esto se sigue, que el lado del 64. sòlido que es 4. contiene quatro veces el lado del primero, que es 1. por lo qual la unidad debe contener 250. partes de las 1000. puesto que los sòlidos semejantes son entre ellos como los cubos de sus lados homologos.

El numero 500. que es el duplicado de 250. debe ponerse en D. que es el lado del octavo sòlido, esto es, de un sòlido ocho veces mayor que el primero, puesto que el cubo de 2. que es 8. contiene ocho veces el cubo de la unidad.

Del mismo modo el numero 750. triplo de 250. que es lado del 27. sòlido, debe ponerse en E. pues el cubo de 3. que es 27. contiene 27. veces el cubo de la unidad.

Se supone, pues, la recta AC. dividida en 250. partes iguales, su cubo serà 15625000. se duplique este cubo, y se tendrà el cubo duplo 31250000. De este se saca la raiz cubica 315. poco mas, ò menos, encontrada la qual con el uso de la escala (Fig.ª 8.ª) tomese el intervalo de 315. partes, y se transfiera desde el centro A. del instrumento, hasta donde llegue sobre la misma linea AB. del compàs de proporcion, se triplica despues, se quadtuplica, y quintiplica, &c. el mismo cubo 15625000. y se saca la raiz cubica, hasta que queda toda la linea B. dividida como se requiere: Para mayor claridad he puesto en la Tabla 13. la tabla señalada letra D. en la que se encuentran en la columna de la mano iz- Tabla 13. Letra D.

quierda los numeros de las divisiones de la linea AB. y al lado sus raìces cubicas.

PRUEBA DE LA LINEA de los sólidos.

LA exactitud de esta linea se conoce en la siguiente manera: Tomese un compàs, y con el mismo qualquiera intervalo, y se transporta (Figura 30.) en el compàs de proporcion del centro A. del instrumento, hasta donde llega la linea de los sòlidos, y este mismo intervalo se transfiere nuevamente sobre la misma linea de los sòlidos àzia B. este debe caer en otro punto, en el qual se encontrarà un numero ocho veces mayor que el primero; si despues el

el mismo intervalo se transportare la tercera vez sobre la misma linea, en el tercer punto se encontrarà un numero, 27. veces mayor que el primero, porque se supone que se aya tomado (Figura 30.) el intervalo con un compàs comun, desde el centro A. hasta el num. 1. y el segundo intervalo darà el numero 8. y el tercero 27. el 4. 64. si despues se huviesse tomado el intervalo del centro A. del instrumento, hasta el num. 2. el segundo intervalo caerà en el num. 16. y el tercero en el 54. El intervalo que se toma desde el centro A. del instrumento, hasta el numero 3. la segunda vez se hallarà sobre el numero 24. Si se toma desde el centro A. hasta el numero 4. el otro intervalo, se hallarà en el

numero 32. Si se toma desde el centro A. hasta el numero 5. caerà la segunda vez en el numero 40. y si se toma desde el centro hasta el numero 6. se encontrarà el segundo intervalo sobre el numero 48. Y finalmente, si desde el centro A. del instrumento se toma la distancia hasta el numero 7. la segunda vez se hallará en el numero 56. porque los sòlidos semejantes son entre ellos como los cubos de sus lados homologos.

USO DE LA LINEA DE los sòlidos.

PROBLEMA I.

DADO UN SOLIDO, encontrar otro ſemejante en la proporcion dada.

SEA dado qualquier sòlido como la esfera AB. y buſqueſe otro ſemejante à la expreſſada, con la proporcion de 3. à 2. de modo que el dado con el que ſe buſca tenga la dicha proporcion ſeſquialtera, como de 3. à 2. El diametro de la esfera AB. tomado con un compàs curbo, apliqueſe con un compàs ordinario (Figura 30.) à la linea de los sòlidos entre 3. y 3. y reteniendo la miſma abertura del inſtrumento, ſe hallarà Tabla 10. Figura 31.

entre 2. y 2. el diametro CD. de la esfera pedida; y lo mismo sucederà si el diametro dado AB. se aplicare entre 30. y 30. puesto que entre 20. y 20. se encontraria el diametro CD. buscado.

Demostracion: La primera esfera à la segunda (proposicion ultima del libro 12. de Euclides) es en razon triplicada del primer diametro con el segundo. Luego la razon del primer diametro AB. al segundo CD. debe ser subtriplicada de la razon de 3. à 2. pero esta es la razon de las dos lineas entre 3. y 3. y entre 2. y 2. Luego la razon de las dos esferas es como de 3. à 2.

De donde se infiere, que la practica de este Problema, y su demostracion, no son diferentes de

las

las del Capitulo ſegundo; por lo que no es neceſſario detenerſe en ellas largamente, baſtanos ſolamente haverlas apuntado.

SCOLIO.

SI el sòlido fuere cubo, la operacion ſe executarà como la precedente; pero ſi fueſſe un paralelopipedo, que tenga las tres dimenſiones deſiguales, como MG. EF. GE. y que ſea por exemplo ſu capacidad de tres libras de polvora, y ſe quiſieſſe hacer otro ſemejante, capáz de cinco libras, ſe deberá hacer la ſiguiente operacion: Se toma con un compàs comun (Figura 32.) la longitud EF. y ſe transfiere en la linea de los sòlidos (Figura 30.) del compàs de pro- Tabla 10. Figura 32.

porcion, en uno, y otro brazo del instrumento, entre 30. y 30. y dexando el instrumento con esta abertura entre 50. y 50 en la misma linea de los sòlidos, se hallarà la distancia HI. se harà el ancho G E. y haciendose la misma operacion, se tendrá el lado homologo KH. y ultimamente se toma la altura GM. y haciendo la misma operacion, se hallarà el lado homologo LK. con lo qual tendrèmos el paralelopipedo rectangulo LK. HI. capàz de cinco libras de polvora.

Pero si las dimensiones de los paralelospipedos tuviessen tal magnitud, que no se pudiesse aplicar al compàs de proporcion, en tal caso se podrà tomar de cada una la mitad, su tercera, ó quarta parte, &c.

y lo que resultàre de la operacion será la mitad, tercera, ò quarta parte de la dimension, que se busca.

PROBLEMA II.

DADOS DOS SOLIDOS, hallar la proporcion del primero al segundo.

SEan dados dos sòlidos iguales, como dos esferas, es necessario encontrar su proporcion; se toma con un compàs curbo el diametro mayor NO. y se coloca (Figura 30.) sobre la linea de los sòlidos del compás de proporcion entre 64. y 64. y dexando el instrumento con esta abertura, se toma el otro diametro PQ. (Figura 33.) con un compàs curbo, y se observa entre quales puntos entre- Tabla 11. Figura 33.

pun-

puntualmente en la linea de los sòlidos, como entre 48. y 48. y será la razon de la primera esfera á la segunda, la misma de 64. à 48. esto es, de 4. à 3.

PROBLEMA III.

DADOS DOS, O MAS sòlidos semejantes, encontrar otro tambien semejante, que sea igual à todos juntos los sòlidos dados.

SEan dados los tres sòlidos semejantes Z&c. XY. y TV. es necessario encontrar otro R S. igual à todos tres, y sea el diametro del primero Z &c. 3. el del segundo XY. 4. y el del tercero TV. 5. la longitud del diametro Z&c. 3. de la primera esfera se transferi-

Tabla 11. Figura 34.

rà

rà en la linea de los sòlidos (Figura 30.) del compàs de proporcion entre 3. y 3. y dexando el instrumento con esta abertura, se sumaràn juntos los tres diametros Z &. 3. XY. 4. y TV. 5. que hacen 12. puesto pues el intervalo dèl numero 12. en la misma linea de los sòlidos, entre 12. y 12. se encontrarà el diametro RS. del sólido, igual à los tres sòlidos Z&. XY. y TV.

SCOLIO

SI dados dos sòlidos iguales se buscasse su diferiencia, se procederà en la forma siguiente: sea el primer sòlido 16. y el segundo 10. su diferiencia es 6. se toma en la linea de los sòlidos (Fig. 30.) el intervalo entre 16. y 16. y dexando el instrumento con esta abertura

tura entre 6. y 6. se hallarà la diferiencia de los dos sòlidos expressados.

PROBLEMA IV.

DADAS DOS LINEAS, encontrar dos medias proporcionales.

SEan dadas las lineas AB. CD. cuya proporcion en numeros se aya hallado, como 54. à 16. se buscan entre estas dos medias proporcionales.

Se aplique la recta AB. en la linea de los sòlidos (Fig.ª 30.) del compàs de proporcion, entre 54. Tabla 11. Figura 35. y 54. y dexando el instrumento con esta abertura entre 16. y 16. en la misma linea de los sòlidos, se encontrarà la primera media

pro-

proporcional EF. mas proxima á AB. que por medio de la linea arismetica (Fig.ª 3.ª) transfiriendo este ultimo intervalo de este centro del instrumento, donde empieza la linea de las partes iguales, hasta donde llega sobre la misma linea, se encontrarà por el valor de la linea EF. tener 36. partes: apliquese despues el intervalo de la recta CD. en la linea de los sòlidos (Figura 30.) del compás de proporcion, entre 16. y 16. y dexando el instrumento con esta abertura entre 54. y 54. se encontrarà la segunda media proporcional GH. la qual aplicada en la linea de las partes iguales (Fig.ª 3.ª) desde el centro del instrumento, hasta donde llega, se encontrarà tener 24. partes.

De-

Demostracion: Por la construccion de la linea de los sòlidos el cubo de AB. al cubo de EF. es como 16. à 54. esto es, como la linea AB. à la C D. Luego la razon de AB. à EF. es subtriplicada de la de AB. à CD. Luego EF. es la primera de las dos medias proporcionales; esta misma es la razon de GH. à CD. Luego GH. es la segunda de dichas medias proporcionales.

SCOLIO.

SI las lineas tuviessen mayor longitud que las del compàs de proporcion, ò bien los numeros de las partes iguales excediessen los del instrumento, es necessario tomar la mitad, la tercera parte, la quar-

quarta, &c. y hacer la operacion como arriba, como si entre los numeros 32. y 256. se buscassen dos medias proporcionales, se toma la quarta parte de 32. que es 8. y la de 256. que es 64. y de las dos medias pedidas, se encontrarà que la una es 16. y la otra 32. luego multiplicando 16. por 4. el producto serà 64. y multiplicando 32. por 4. se tendrà, ò hallarà el numero 128. y seràn estos quatro numeros como 32. à 64. asi 128. à 256.

PRO-

PROBLEMA V.

DADO UN PARALELOpipedo, encontrar el lado de un cubo, que ſea igual al paralelopipedo dado.

Tabla 11. Figura 36.

SEA dada una longitud MK. del paralelopipedo de 54. pies, la latitud LM. 24. y la altura IK. 63. ſe buſca el lado NO. de un cubo, que ſea igual al paralelopipedo, por el Problema 5.º Capitulo 2.º (Figura 14.) encuentraſe una media proporcional entre los numeros 54. y 24. en la manera ſiguiente: Se toma con un compàs comun el intervalo MK. 54. y ſe transfiere en la linea de los planos (Fig.ª 7.ª) del compàs de proporcion, entre 54. y 54. y dexando el inſtrumento con eſta abertura, ſe

ſe toma el intervalo LM. 24. y ſe transfiere en la miſma linea de los planos en 24. y 24.

De eſte intervalo 24. ſe tranſ-fiere (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales, deſde el centro, haſta donde llega ſobre la miſma linea, y ſe hallarà caer en el numero 36. Eſta ſerà la media proporcional buſcada: tranſporteſe deſpues con un compás ordinario el intervalo de 36. partes (Figura 30.) en la linea de los sòlidos del compàs de proporcion, entre 36. y 36. y dexando el inſtrumento con eſta abertura entre 63. y 63. de la miſma linea de los sòlidos, ſe hallarà el lado NO. del cubo pedido. Eſte ultimo intervalo 63. ſe transfiere en la linea de las partes iguales (Figura 3.ª) deſde el

centro del instrumento, hasta donde llega, sobre la misma linea, y se hallarà el punto 44. $\frac{1}{2}$ por la longitud del lado NO. del cubo, que serà igual al paralelopipedo L I.

PROBLEMA VI.

CONSTRUCCION DE una linea, que sirve para encontrar los diametros de las valas, ò bocas de los cañones.

Tabla 12. Figur. 37. HAgase una regla P R S Q. de madera fuerte, ò cobre, ó de qualquier otro metal, en la que sobre la linea RS. se pongan los diametros de las valas de diferentes calibres, y en la linea PQ. los diametros de las bocas de los cañones,

nes, y la construccion de esta regla es la siguiente.

Tomese con un compàs curbo el diametro de una libra, y apliquese à la linea de los sòlidos (Figura 30.) entre 1. y 1. y este intervalo se transfiera sobre la linea RS. desde la S. en V. dará la distancia SV. de una libra, y dexando el instrumento con esta abertura entre 2. y 2. se hallarà el diametro SY. de libras 2. entre 3. y 3. se hallarà el de S &c. de libras 3. entre 4. y 4. de libras 4. y assi de mano en mano se podrà proseguir la operacion.

Pero si se quisiessen apuntar las fracciones de una libra, como la quarta parte, la mitad, y los tres quartos, se transfiere con un compàs comun el diametro SV. de una

libra en la linea de los sòlidos (Figura 30.) del compàs de proporcion, entre 4. y 4. y dexando el instrumento con esta abertura entre 1. y 1. se hallarà un diametro de la quarta parte de una libra, entre 2. y 2. la mitad de una libra, y entre 3. y 3. los tres quartos de una libra.

Para señalar en la linea PQ. los diametros del anima de los cañones que son de figura cilindrica, dandole el 5. por 100. mas del diametro de vala, tomese el diametro S V. de una libra de vala, y transportese en la linea de las partes iguales (Figura 3.ª) del compàs de proporcion, entre 100. y 100. dexando despues el instrumento con esta abertura entre 105. y 105. se encontrarà el diame-

me-

metro QT. del anima de los cañones de una libra; y haciendo la misma operacion en todos los otros calibres, se hallaràn los remanentes diametros QX. QZ. &c.

PROBLEMA VII.
DADO UN NUMERO, encontrar su raiz cubica.

LA operacion es la misma que la de la raiz quadrada, sin embargo no serà malo dàr aquì un exemplo. Si el numero dado fuere menor de 64. como 55. se toma con un compàs comun (Figura 3ª.) 20. partes en la linea de las partes iguales, y se aplica este intervalo (Figura 30.) entre 8. y 8. en la linea de los sòlidos; despues dexando el compàs, ò instrumento con esta abertura entre 55. y 55.

en la misma linea de los sòlidos, sè hallarà otra linea, que aplicada (Figura 3.ª) à la línea de las partes iguales, nos señalarà, ò darà 38. partes; este numero despues dividido por 10. esto es 3, $\frac{8}{10}$ serà la raiz cubica proxima del numero 55. que es el numero dado.

Si el numero dado fuere mayor de 60. pero menor de 64000. como el 55640. se tomarà nuevamente el num. 20. y se pondrà (Figura 30.) en la linea de los sòlidos del compàs de proporcion entre 8. y 8. y quitando del numero dado 3. figuras à la derecha, de forma que quede 55. de las figuras tomadas con el denominador 1000, se forme la fraccion $\frac{640}{1000}$ esto es, $\frac{6}{10}$ tomese

se pues (Figura 30.) en la linea de los sòlidos el intervalo entre 55. $\frac{6}{10}$ y 55. $\frac{6}{10}$ que se conoce facilmente à la vista, y este numero 55. $\frac{6}{10}$ aplicado (Figura 3ª) à la linea de las partes iguales, darà el numero de la raiz cubica pedida cerca de 38. $\frac{1}{3}$

CAPITULO VI.

DE LA LINEA DE LOS *metales.*

ESta linea demuestra la proporcion que tienen los lados, ò diametros de dos cuerpos semejantes de igual peso, pero de diversos metales, como dos piramides iguales, y semejantes de Tabla 15. Letra E.

peso, ò dos esferas, una de oro, y otra de plata, otras dos, una de hierro, y otra de plomo. Los metales, pues, son siete, oro, azogue, plomo, plata, cobre, hierro, estaño, y à cada uno se le suele atribuir un Planeta distinto, con el orden, y correspondencia que se vé en la Tabla que aquí se expressa, donde assimismo se hallan las cifras de los Planetas, y la proporcion del peso de los metales, baxo igual magnitud, como se ha conocido con la experiencia.

CONSTRUCCION DE *esta linea.*

POR medio de la Tabla E. busquese la magnitud de cada metal, baxo el mismo peso, reci-

reciprocando las magnitudes con los pesos en esta forma : Al estaño, que es el mas ligero, se darà la magnitud 100. y al oro, que es el mas pesado, convendrà reciprocamente la de 38. $\frac{1}{4}$ y quedaràn estos dos cuerpos iguales en el peso. Ademàs el estaño al hierro tiene la razon de 38. $\frac{1}{4}$ à 42. esto es, la de 153. à 168. luego reciprocando la magnitud del estaño à la del hierro, serà como 168. à 153. Hagase, pues, por la regla de 3. como 186. à 153. assi 100. magnitud del estaño, à una magnitud de hierro de igual peso, que se hallarà 91. $\frac{1}{14}$ Igualmente el estaño al cobre tiene la razon de 38. $\frac{1}{4}$ à 47. $\frac{1}{3}$ esto es, la de 459. à 568. por lo qual reciprocando la magnitud

del eſtaño à la del cobre igual en peſo, eſtà como 568. à 459. hagaſe pues la regla de 3. como 568. à 459. aſsi 100. magnitud de eſtaño à la de cobre, que ſaldrà 80. $\frac{115}{142}$ hagaſe, pues, lo miſmo para los otros metales, y ſe encontrarà ſu magnitud baxo peſo igual.

Tabla 15. Letra F. Luego hallada la proporcion de las magnitudes en igual peſo de todos los metales, formeſe una tabla, que ſervirà para la ſiguiente operacion. Añadaſe à todos los numeros hallados en la conformidad expreſſada nueve, ò mas ceros, y de los numeros aſsi aumentados ſe ſaquen las raìces cubicas, de las que ſe harà una nueva tabla, como es la que aquì eſtà pueſta, que expreſſa la proporcion de los

dia-

diametros de las esferas de igual peso, ó de los lados de los cuerpos semejantes, tambien de igual peso en todos los metales: en esta tabla se ha omitido el azogue, porque siendo fluìdo, no tiene figura consistente de que se pueda medir el diametro, y los lados.

Los otros seis metales estàn señalados con las cifras de los Planetas correspondientes, como tambien se hallan impressos en los compases de proporcion, y se vèn en la Tabla 15. Letra E.

Viniendo ahora à la division de la linea de los metales, se señalen en la misma superficie del instrumento, donde se señalaron (Figura 1.ª y 21.) las lineas de las cuerdas, otras dos lineas AB. AH. iguales à aquellas; se toma la recta

Tabla 12. Figura 38.

AB.

AB. que ſe conſidera dividida en 4641. partecillas, ò ſino para mayor facilidad en ſu quarta parte, que es 116. $\frac{1}{40}$ y eſta es cabalmente la medida del diametro del eſtaño, cuya cifra, que es la ſeñal de Jupiter, ſe pondrà junto al punto B. Para hallar las otras diviſiones, tomeſe la recta AB. con un compàs comun, y pongaſe (Fig.ª 3.ª) en la linea de las partes iguales del compàs de proporcion, entre 116. $\frac{1}{40}$ y 116. $\frac{1}{40}$ y dexando el inſtrumento aſsi abierto, ſe tome por el oro con un compàs comun el intervalo de la quarta parte de ſu numero 336. 6. pueſto en la referida tabla, que es 84. $\frac{6}{40}$ Eſte numero 84. $\frac{6}{40}$ ſe tome en la miſma linea

(Fi-

(Fig.ª 3.ª) de las partes iguales, entre 84. $\frac{6}{40}$ y 84. $\frac{6}{40}$ y este intervalo de partes 84. $\frac{6}{40}$ se ponga (Figura 38.) en la linea AB. de los metales, desde el punto A. centro del instrumento, hasta C. y aquì se pondrà la cifra del oro, que es la señal del Sol, &c. Para el plomo, con el intervalo de la quarta parte del numero 398. 3. esto es, 99. $\frac{23}{40}$ y obrando como se ha executado con el oro, se hallarà el punto D. con la señal de Saturno, y assi de los demàs, y quedarà dividida, como conviene, esta linea AB. haciendo la misma division à la linea AH.

Demostracion: El peso del oro al peso del estaño, baxo de igual magnitud, es como 100. à

38.

38. $\frac{3}{4}$ Luego un cuerpo de oro de magnitud 100. à otro de estaño de la misma magnitud 100. es tambien como 100. à 38. $\frac{3}{4}$ Supongase, pues, un cuerpo de magnitud 38. $\frac{3}{4}$ serà el oro de magnitud 100. à este de oro de magnitud 38. $\frac{3}{4}$ aun en el peso como 100. à 38. $\frac{3}{4}$ Luego (proposicion 9. del libro 5. de Euclides) esta otra magnitud de oro es igual en el peso al estaño de magnitud 100. Luego el oro à el estaño de igual peso es en la magnitud como 38. $\frac{3}{4}$ à 100. por lo qual, si huviere dos cubos, el uno de oro con la magnitud 38. $\frac{3}{4}$ y el otro de estaño con la magnitud de 100. estos tendràn igual peso, y por consiguiente dos cubos iguales de peso, el uno de oro, y el otro de estaño, son entre ellos en

la

la magnitud como 38. $\frac{3}{4}$ â 100. y los lados de ellos, como la raiz cubica de 38. $\frac{3}{4}$ à la raiz cubica de 100. Extrayendo, pues, estas dos raìces, y hallando la primera 3. $\frac{366}{1000}$ y la segunda 4. $\frac{641}{1000}$ esta es la razon de los sobredichos: á saber, (proposicion 15. del libro 5.º de Euclides) multiplicando la una, y la otra cantidad por 1000. serà como 3366. à 4641. ò bien con numeros menores, como 84. $\frac{6}{40}$ à 116. $\frac{3}{4}$ y assi de los demàs.

SCOLIO.

SE podrà tambien dividir la misma linea AB. (Fig.ª 38.) por medio de la escala (Figura 8.ª) del Capitulo 2.º con la que se ha di- Tabla 11. Letra G.

vi-

vidido la linea de los planos, señalando à cada division el numero de las partes que se hallaràn en la Tabla G. suponiendo la recta AB dividida en 1000. partes iguales, y assi en B. donde acaba la linea AB. se señala el estaño con la señal de Jupiter, y con las partes 964. se señala en G. el hierro con la señal de Marte, con 937. el cobre con la señal de Venus, y assi se operarà para señalar los demàs metales.

PRUEBA DE LA LINEA de los metales.

Tabla 15. Letra H.

ANtes de probar la linea de los metales, conviene suponer la Tabla H. en la que se halla en cada uno de los metales el peso de un pie cubico en libras de Fran-

Francia de 16. onzas por libra, y el pie es el de Paris, llamado del Rey.

Hagase, pues, una regla de tres, en la que el primer termino sea siempre el peso del mas pesado de los dos metales, que se querràn cotejar, el segundo el peso del estaño, y el tercero el numero 64. que es el mayor sòlido que se halla en la Tabla de las raices cubicas, que sirve para dividir la linea de los sòlidos, y al lado del 64. se hallan partes 1000. como por exemplo, si se quisiera cotejar el hierro con el estaño, y sea el peso de pies cubicos de hierro 588. libras, y el del estaño 516. libras, y 2. onzas, se reduciràn estos dos pesos en onzas, multiplicando cada un peso por 16. y se tendrà por producto del numero 558. 8928. onzas,

Tabla 13. Letra D.

zas, y por el numero 516. y 2. onzas 8258. Digase, pues, como 8928. à 8258. asi 64. à un quarto numero, que se hallarà ser 59. con un pequeño residuo: Busquese, pues, en la Tabla D. sobredicha de los sòlidos, el numero que se halla al lado del 59. que es 973. y en su defecto se toma el numero 974. por la fraccion que havia de màs en el numero 973. con que la vala de hierro debe contener en su diametro 974. partes iguales à las que ha contenido el diametro de la vala de estaño.

La misma operacion se harà para encontrar los numeros de los otros quatro metales, y asi se podrà probar la exactitud de la linea de los metales.

USO DE LA LINEA DE los metales.

PROBLEMA I.

DADO EL PESO DE un cuerpo de algun metal, hallar otro ſemejante de igual peſo de qualquier otro metal.

SEA dada una vala de plomo, cuyo diametro ſea LM. ſe buſca otro de hierro del miſmo peſo, ſe tome con un compàs curbo el diametro LM. de la vala de plomo, y ſe aplique en la linea de los metales (Fig.ª 38.) entre los puntos de las ſeñales de plomo, y entre los puntos de las ſeñales del hierro, ſe encontrarà el diametro IK. de la vala de hierro. Tabla 12. Figura 39.

La demostracion es muy clara, por lo que dexo explicado.

PROBLEMA II.

DADO UN CUERPO DE alguna magnitud, con su peso, encontrar el peso de otro cuerpo de igual magnitud, pero de diverso metal.

SEA dada una vala de plomo, cuyo diametro LM. (Figura 39.) y el peso 12. libras, se busca el peso de otra vala de hierro de igual magnitud: el diametro LM. tomado con un compàs curbo, se pondrà (Figura 38.) en la linea de los metales del compàs de proporcion, entre los puntos de las señales del plomo, y dexando el instrumento assi abierto, se tomarà el

intervalo YK. entre los puntos de las señales del hierro, el qual serà el diametro de una vala de hierro de 12. libras.

Esta recta IK. se aplique en la linea de los sòlidos (Figura 30.) del compàs de proporcion, entre 12. y 12. y dexando assi abierto el instrumento, se busque entre quales dos puntos entra la recta LM y se encontrarà caer quasi entre 8. $\frac{1}{2}$ y 8. $\frac{1}{2}$ Esto, pues, es el peso de la vala de hierro, esto es de libras 8. $\frac{1}{2}$

La demostracion se infiere facilmente de la practica del Problema que antecede, y de los de la linea de los sòlidos.

PROBLEMA III.

ENCONTRAR LA PROporcion de dos metales en ſu gravedad.

DEbaſe encontrar por exemplo la proporcion que tiene el oro con la plata en ſu peſo. Abraſe el compàs de proporcion à advitrio, y ſe tome con un compàs comun el intervalo entre los puntos de las ſeñales del oro (Figura 38.) y dexando el inſtrumento con eſta abertura, con otro compàs ordinario tomeſe el intervalo entre los puntos de las ſeñales de la plata, y eſtas dos lineas ſe coloquen (Figura 30.) en la linea de los sòlidos, como puedan caber, eſto es, la primera por exemplo entre 30. y 30. y la ſegunda entre

55. y 55. La proposicion de 30. à 55. es la mesma con corta diferiencia, que la de la plata con el oro.

Demostracion: En la construccion de esta linea de los metales se ha demostrado, que dos metales diversos de igual peso absoluto, tienen las gravedades especificas, y las magnitudes reciprocas, haviendose, pues, encontrado por medio de la linea de los sòlidos (Figura 30.) que la magnitud de oro, à otra igual de plata, es como 30. à 55. es claro, que la gravedad especifica del oro, à la gravedad especifica de la plata, es igualmente como 55. à 30.

PROBLEMA IV.

DADO UN CUERPO DE algun metal con su peso, encontrar el peso de otro metal diverso, que tenga en la magnitud la proporcion dada con el primero.

SEA dada una magnitud de estaño, que pese 50. libras, y se busque el peso de una magnitud tripla de cobre: abierto el compàs de proporcion á discrecion, se tomen con dos compases comunes los intervalos (Figura 38.) entre los puntos de las señales del estaño, y entre los puntos de las señales del cobre: estos segundos se pongan (Fig.ª 30.) en la linea de los sòlidos, entre 50. y 50. y dexando el instrumento

en

en esta situaciòn, se aplique el primero à la misma linea de los sòlidos, entre los numeros donde pueda caber, como entre 62. y 62. tripliquese este numero, y serà 186. peso de cobre triplo de magnitud del estaño dado.

La práctica como se vè es la misma que la del Problema 2.° y por consequencia no necessita de nueva demostracion; solamente se advierta, que aquì es triplicado el numero 62. porque la proporcion pedida era tripla; si huviesse sido diferente, se debiera haver multiplicado el numero 62. por el denominador de esta otra razon dada.

PROBLEMA V.

DADA LA MAGNITUD de algun cuerpo de metal, hallar la magnitud de otro cuerpo de diverso metal, de modo, que el peso del primero al peso del segundo tenga la razon dada.

SEA dada una vala de hierro, cuyo diametro sea YK. y se busque otra de plomo; que sea tripla de peso: se toma con un compàs curbo el diametro YK. de la vala de hierro, y se coloca en la linea de los metales (Figura 38.) entre los puntos de las señales del hierro, y en la misma linea de los metales se hallarà entre los puntos de las señales del plomo el diametro LM. de una vala de plo-

mo,

mo, igual en el peso à aquella de hierro, se triplica despues esta vala de plomo, lo qual se executa poniendo por exemplo el diametro de la L M. entre 10. y 10. y tomando otro intervalo entre 30. y 30. ambos à dos (Figura 30.) en la linea de los sòlidos; y este ultimo intervalo entre 30. y 30. es cavalmente el diametro de la vala de plomo tripla, en el peso de la otra dada de hierro.

La demostracion es la misma que la de arriba: si se quiere saber en numeros la proporcion de una, y otra vala, apliquese en la linea de los sòlidos (Figura 30.) la recta IK. entre dos numeros arbitrariamente, como entre 20. y 20. y se observe entre quales otros numeros entra puntualmente la

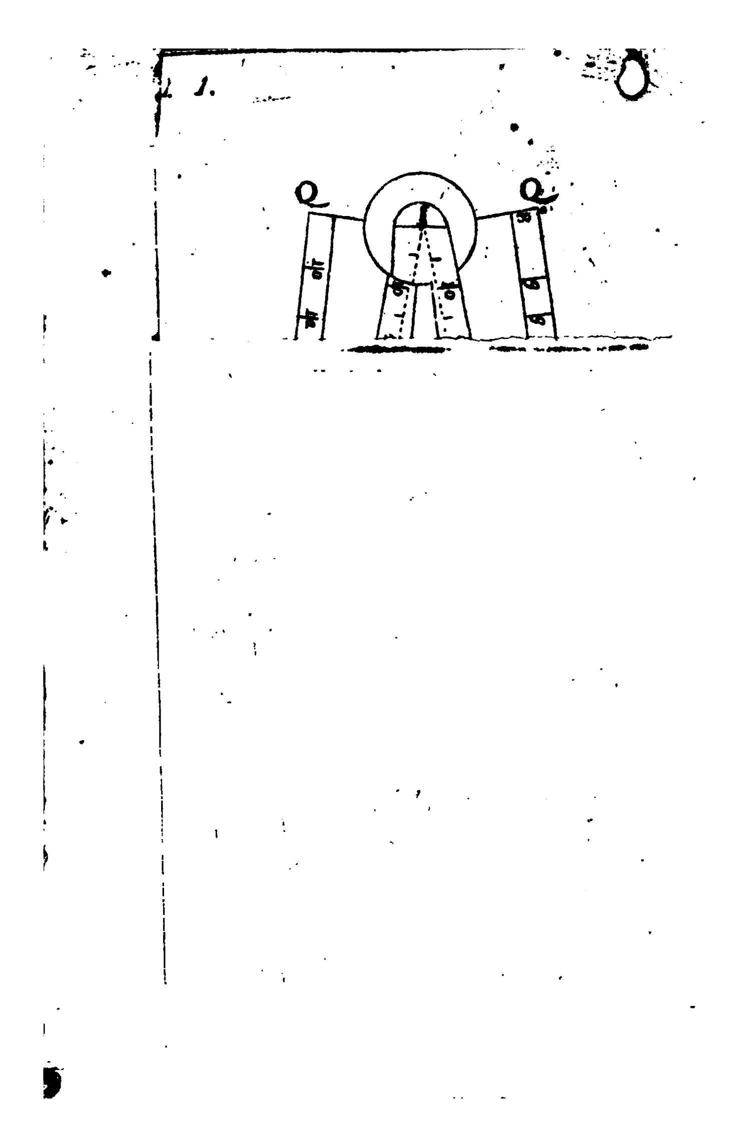
recta

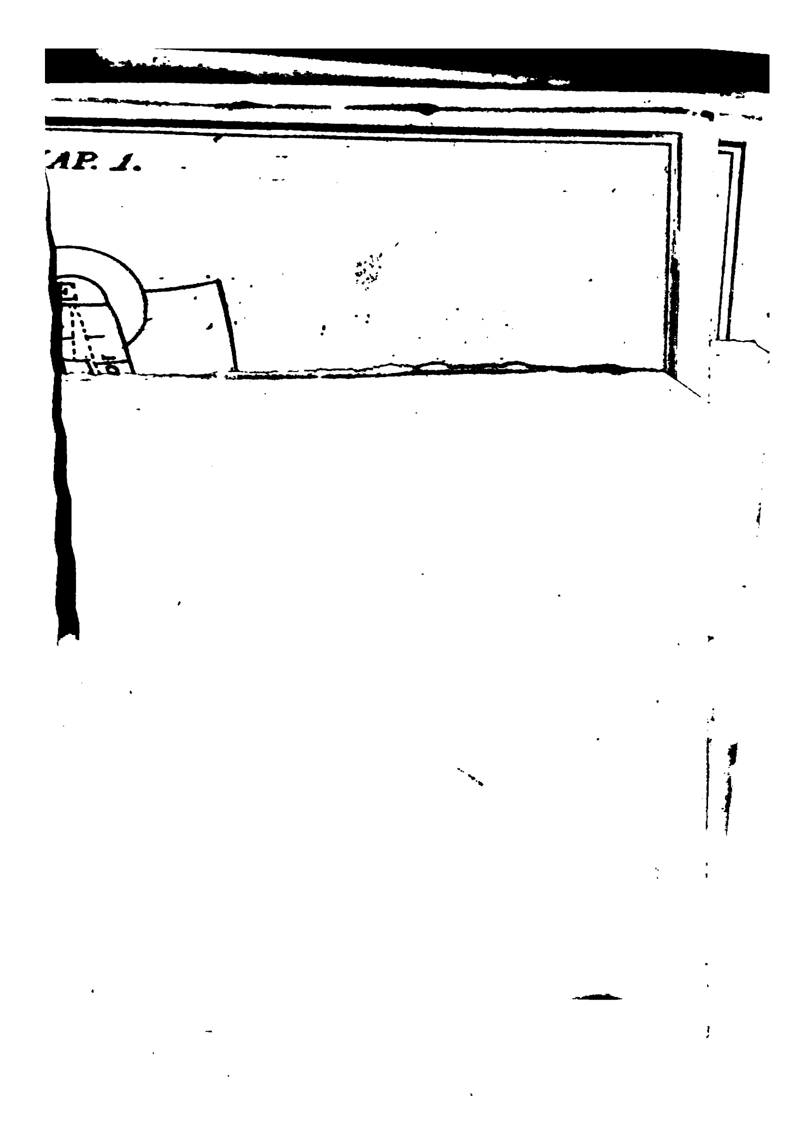
recta triplicada, como entre 42. y 42. la proporcion de estos dos numeros 20. y 42. serà la misma de las dos magnitudes.

SCOLIO.

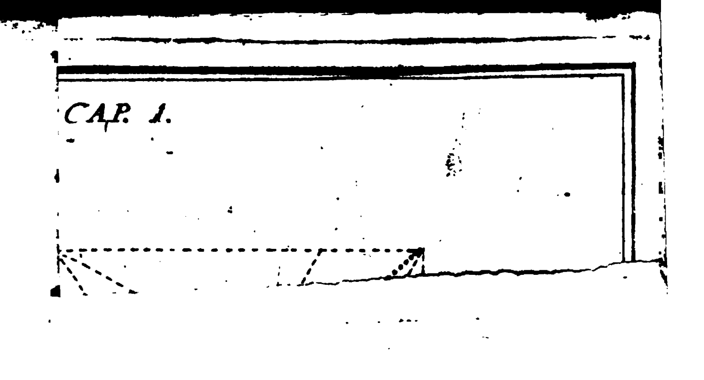
A Semejanza de estas seis lineas se pueden construir, y describir en el compàs de proporcion otras muchas, y del uso de las precedentes se puede sacar el de las demàs, quando gustasse alguno de tenerlas en su compàs de proporcion.

FIN.


1.
Q
Q



AP. 1.
E


CAP. 1.

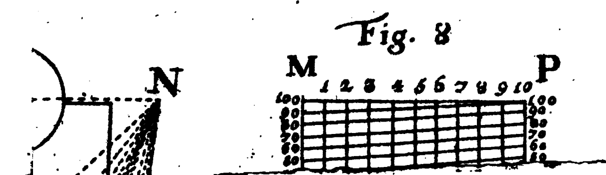
CAP. 1.

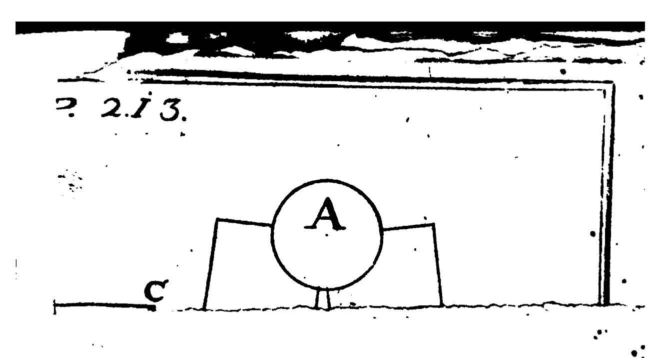
A

10

20

5. CAP. 2.



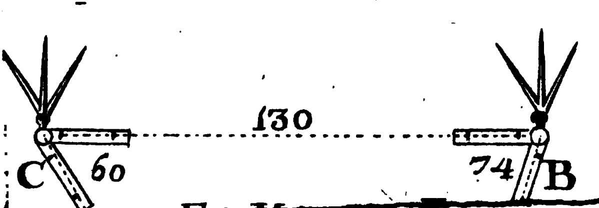

2.13.
A
C

C.P. 4.

10

20

30


9. CAP. 4.
130
C
60
74
B

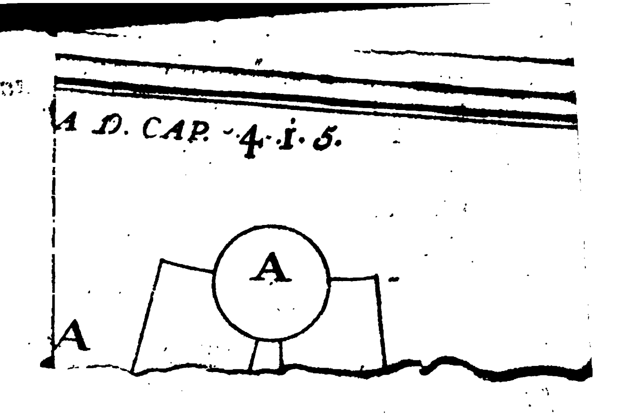

A D. CAP. 4. i. 5.
A
A

Fig. 34.

V X 4 Y Z 3 &

CAP. 5. I 6.

I

A

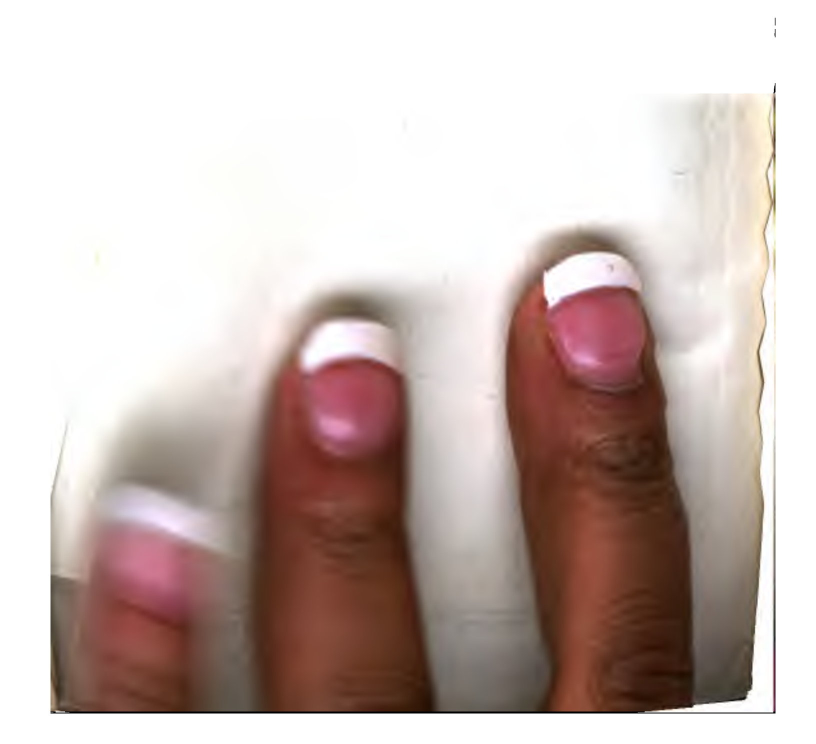
♂

K

D.

para dividir la linea de los Solidos

Num.	Raizes	Num	Raizes
[illegible]		[illegible]	



13.

D.

para dividir la linea de los Solidos			
Num:	Raizes	Num	Raizes
[illegible]		[illegible]	

la linea de las Cuerdas						
das	Grad.	Cuerdas	Grad.	Cuerdas	Grad.	Cuerdas



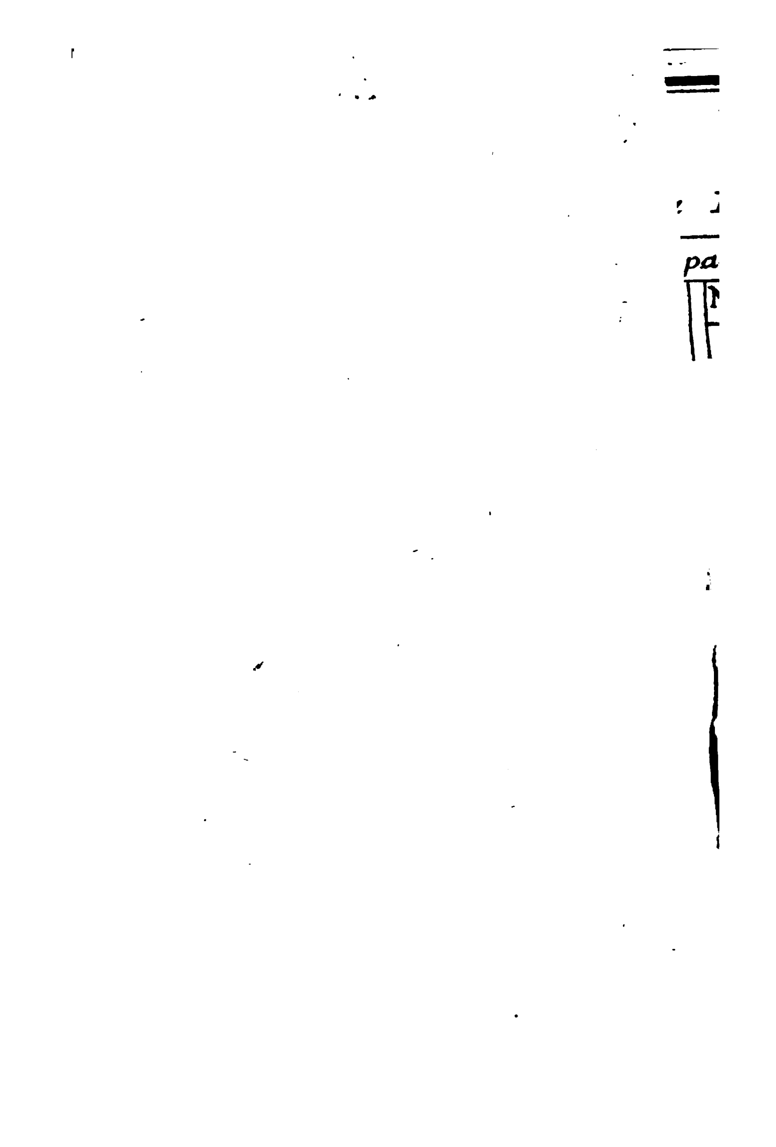
...del Is.
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{..}$

Letra F

Cifra de Metales	
☉	336. 6
♄	398. 3
☾	412. 4
♀	432: 3

Fig. 34.

V X 4 Y Z 3 &



13.

D.

para dividir la linea de los Solidos			
Num:	Raizes	Num	Raizes

la linea de las Cuerdas						
das	Grad.	Cuerdas	Grad.	Cuerdas	Grad.	Cuerdas